Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f(x) = \frac{3 \cdot x + 4}{x^2 + 1}$$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

2. a. Justifier que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur l'intervalle $\left[-3\,;\frac{1}{3}\right]$.

   b. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur approchée au centième près de cette solution.

Exercice 2*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f(x) = \frac{4 \cdot x + 3}{x^2 + 1}$$

1. a. Etablir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{-4 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 4}{\left(x^2 + 1\right)^2}$$

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\left[-5\,;5\right]$

2. a. Justifier que l'équation $f(x) = 3$ admet deux solutions, notées α et β, sur l'intervalle $\left[-5\,;5\right]$.

   b. Donner les valeurs approchées de α et β au millième près.

Exercice 3

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et dont la fonction dérivée admet le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

De plus, l'équation $f(x) = 0$ admet pour ensemble de solutions : $\mathcal{S} = \{3\}$

Dresser le tableau de signes en justifiant votre démarche.

Exercice 4*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = x \cdot e^x - e^x - 1$$

1. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\left[0\,;+\infty\right[$

2. a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution, notée α, dans $\left[0\,;2\right]$.

   b. A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement à l'unité de α.

3. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur $\left[0\,;+\infty\right[$.

