Correction 1

- La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points de coordonnées :
  $A(-1\,;0)$; $B(3\,;2)$

  Le coefficient directeur de la fonction f a pour valeur :
  $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{2-0}{3-(-1)} = \dfrac{2}{3+1} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

  Ainsi, la fonction f admet pour epression :
  $f(x) = \dfrac{1}{2}x + p$ où $p \in \mathbb{R}$.

  Le point A appartenant à la courbe représentative de la fonction f. Ainsi, ses coordonnées vérifient la relation :
  $$f(x_A) = y_A$$
  $$f(-1) = 0$$
  $$\frac{1}{2}\times(-1) + p = 0$$
  $$-\frac{1}{2} + p = 0$$
  $$p = \frac{1}{2}$$

  La fonction f admet pour expression :
  $f(x) = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$

- La courbe $\mathscr{C}_g$ passe par les points de coordonnées :
  $C(-2\,;2)$; $D(3\,;0)$

  Le coefficient directeur de la fonction g a pour valeur :
  $\dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{0-2}{3-(-2)} = \dfrac{-2}{3+2} = -\dfrac{2}{5}$

  Ainsi, la fonction g admet pour epression :
  $g(x) = -\dfrac{2}{5}x + p$ où $p \in \mathbb{R}$.

  Le point C appartenant à la courbe représentative de la fonction g. Ainsi, ses coordonnées vérifient la relation :
  $$g(x_C) = y_C$$
  $$g(-2) = 2$$
  $$-\frac{2}{5}\times(-2) + p = 2$$
  $$\frac{4}{5} + p = 2$$
  $$p = 2 - \frac{4}{5}$$
  $$p = \frac{10}{5} - \frac{4}{5}$$
  $$p = \frac{6}{5}$$

  La fonction g admet pour expression :
  $g(x) = -\dfrac{2}{5}x + \dfrac{6}{5}$

Correction 2

1. Le coefficient directeur de la fonction g a pour valeur :
   $$m = \frac{f(x_B) - f(x_A}{x_B - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$
   $$= \frac{-2-0}{1-(-3)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

   Ainsi, l'expression de la fonction g est sous la forme :
   $g(x) = -\dfrac{1}{2}x + p$ où $p \in \mathbb{R}$

   Le point A appartenant à la droite représentative de la fonction g, on a :
   $$f(-3) = 0$$
   $$-\frac{1}{2}\times(-3) + p = 0$$
   $$\frac{3}{2} + p = 0$$
   $$p = -\frac{3}{2}$$

   Ainsi, l'équation réduite de la droite (AB) est :
   $y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$

2. a. Résolvons l'équation suivante :
   $$f(x) = g(x)$$
   $$\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$
   $$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x = -\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$$
   $$\frac{2}{6}x + \frac{3}{6}x = -\frac{9}{6} - \frac{4}{6}$$
   $$\frac{5}{6}x = -\frac{13}{6}$$
   $$x = -\frac{13}{6}\times\frac{6}{5}$$
   $$x = -\frac{13}{5}$$

   Cet équation a pour solution : $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{13}{5}\right\}$

   b. L'abscisse des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g sont les solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$.
   D'après la question, précédente, les deux droites (d) et (d') s'intercepte en un point dont l'abscisse est $-\dfrac{13}{5}$.
   L'ordonnée de ce point d'intersection est :
   $$f\Big(-\frac{13}{5}\Big) = \frac{1}{3}\times\Big(-\frac{13}{5}\Big) + \frac{2}{3} = -\frac{13}{15} + \frac{2}{3}$$
   $$= -\frac{13}{15} + \frac{10}{15} = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$$
   Le point d'intersection des courbes représentatives de ces deux fonctions a pour coordonnées $\Big(-\dfrac{13}{5}\,;-\dfrac{1}{5}\Big)$.

Correction 3

1. a. La fonction f est une fonction affine ; elle est donc définie sur $\mathbb{R}$ et sa représentation est une droite.
   Graphiquement, on déduit l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$:
   $\mathcal{S} = \left]-\infty\,;2\right]$

   b. Là où la fonction f ne donne pas des valeurs positives ou nulle, c'est qu'elle est strictement négatives ; on en déduit les solutions de l'inéquation $f(x) < 0$:
   $\mathcal{S} = \left]2\,;+\infty\right[$

   c. Voici le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

2. Graphiquement, on observe que la droite (d_2) intercepte l'axe des abscisses au point de coordonnées $(-2\,;0)$.
   On en déduit que l'antécédent du nombre 0 est le nombre -2.

   Voici le tableau de signes de la fonction g :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

Correction 4

1. a. Résolvons cette inéquation :

$$\begin{aligned} f(x) &\geqslant 0 \\ 2x+1 &\geqslant 0 \\ 2x &\geqslant -1 \\ x &\geqslant -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S}=\Big[-\frac{1}{2}\,;+\infty\Big[$$

b. Là où la fonction f n'est pas positive ou nulle, c'est qu'elle est strictement négative ; ainsi, l'inéquation $f(x)<0$ a pour ensemble de solutions :

$$\mathcal{S}=\Big]-\infty\,;\frac{1}{2}\Big[$$

c. Voici le tableau de variations de la fonction f :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

2. Résolvons l'inéquation suivante :

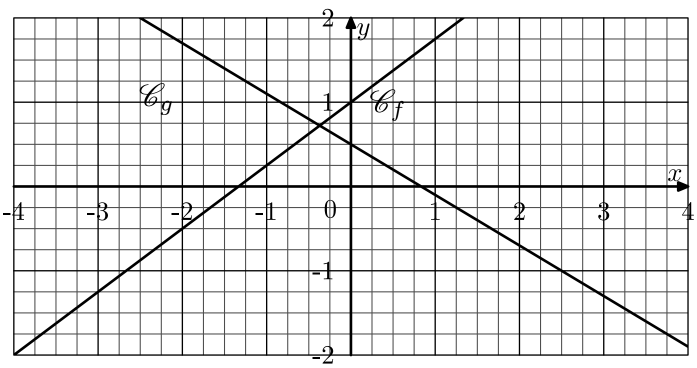
$$\begin{aligned} g(x) &\geqslant 0 \\ -\frac{1}{2}x+\frac{2}{3} &\geqslant 0 \\ -\frac{1}{2}x &\geqslant -\frac{2}{3} \end{aligned}
\qquad
\begin{aligned} x &\leqslant \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{2}} \\ x &\leqslant \frac{2}{3}\times\frac{2}{1} \\ x &\leqslant \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Voici le tableau de signes de la fonction g :

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Correction 5

1. Voici le tracé de ces deux fonctions :



2. On remarque que :
   - La fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.
   - La fonction g est décroissante sur $\mathbb{R}$.

3. Pour construire le tableau de signes de ces deux fonctions, on a besoin des abscisses des points d'intersection de leurs courbes représentatives avec l'axe des abscisses :

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ \frac{3}{4}x+1 &= 0 \\ \frac{3}{4}x &= -1 \\ x &= -\frac{4}{3} \end{aligned}
\qquad
\begin{aligned} g(x) &= 0 \\ -\frac{3}{5}x+\frac{1}{2} &= 0 \\ -\frac{3}{5}x &= -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{5}x &= \frac{1}{2} \\ x &= \frac{1}{2}\times\frac{5}{3} \\ x &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

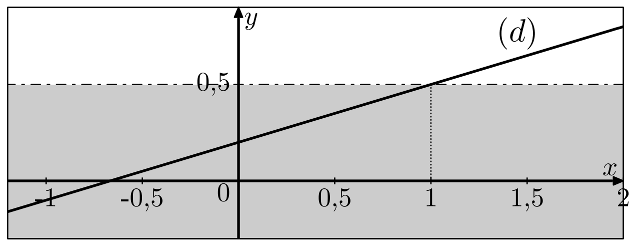
On a les deux tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		$\frac{5}{6}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Correction 6

1. Graphiquement l'inéquation $f(x)\leqslant 0{,}5$ admet pour ensemble de solutions : $\mathcal{S}=\big]-\infty\,;1\big]$



2. Résolvons l'inéquation :

$$\begin{aligned} f(x) &\leqslant 1 \\ 0{,}3x+0{,}2 &\leqslant 1 \\ 0{,}3x &\leqslant 1-0{,}2 \\ 0{,}3x &\leqslant 0{,}8 \\ x &\leqslant \frac{0{,}8}{0{,}3} \\ x &\leqslant \frac{8}{3} \end{aligned}$$

On en déduit que l'ensemble des solutions est l'intervalle : $\mathcal{S}=\Big]-\infty\,;\frac{8}{3}\Big]$

