Suite arithmétique Moyenne arithmétique

Questions flash

16 Justifier que la moyenne arithmétique des nombres 17 et 33 est 25.

17 On donne les sept premiers termes d'une suite arithmétique v dont le premier terme est v_1 :

$-1 ; 3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23.$

1. Préciser la raison de cette suite.
2. Donner les valeurs de v_3 et de v_7.

18 Calculer la moyenne arithmétique des séries de nombres suivantes : a. 8 et 25. b. -2 et 4.

19 ORAL (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 3$.
Calculer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

20 Soit (u_n) une suite arithmétique.
Recopier et compléter les égalités suivantes :
$u_0 = 5 ; u_1 = 9 ; u_2 = \ldots ; u_3 = \ldots ; u_4 = \ldots ; u_5 = \ldots$.

21 1. Déterminer la raison de la suite arithmétique (u_n) telle que $u_0 = 125$ et $u_1 = 143$.
2. Déterminer la raison de la suite arithmétique (v_n) telle que $v_3 = 61$ et $v_4 = 50$.

22 1. Déterminer la raison de la suite arithmétique (u_n) telle que $u_{n+1} = u_n + 12$ pour tout entier naturel n.
2. Déterminer la raison de la suite arithmétique (v_n) telle que $v_{n+1} = v_n - 7$ pour tout entier naturel n.

26 Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_0 = -2,5$ et de raison 0,5.
1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $v_n = 0,5n - 2,5$.
2. En déduire la valeur du 22e terme de la suite (v_n).

27 Soit (w_n) la suite arithmétique de premier terme $w_1 = -4$ et de raison 3.
1. Vérifier que, pour tout entier naturel n ($n \geqslant 1$), $w_n = 3n - 7$.
2. En déduire la valeur de w_{15}.

30 Lou a acheté une voiture d'occasion dont le compteur affiche 63 000 kilomètres. Chaque mois, elle parcourt 800 kilomètres avec son véhicule.
On note $u_0 = 63\,000$, puis pour tout entier naturel n non nul, u_n est égal au nombre de kilomètres affiché au compteur de sa voiture, n mois après l'achat de celle-ci.
1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que la suite (u_n) est arithmétique et donner sa raison.

Somme des termes d'une suite arithmétique

32 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2.
1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $u_n = 5 + 2n$.
2. En déduire la valeur de u_{14}.
3. Justifier que $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{14} = 15 \times \dfrac{5+33}{2}$.
En déduire la valeur de S.

35 Écrire à l'aide du symbole Σ chacune des expressions suivantes :
a. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 12^2$
b. $5^3 + 6^3 + 7^3 + \ldots + 21^3$
c. $\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{11} + \dfrac{1}{12} + \ldots + \dfrac{1}{50}$

Suite géométrique Moyenne géométrique

Questions flash

38 Justifier que la moyenne géométrique des nombres 8 et 18 est 12.

39 On donne les six premiers termes d'une suite géométrique v dont le premier terme est v_1 :

$8 ; 12 ; 18 ; 27 ; 40,5 ; 60,75.$

1. Préciser la raison de cette suite.
2. Donner les valeurs de v_2 et de v_5.

40 (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $q = 0,8$.
Calculer les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.

41 Calculer la moyenne géométrique des séries de nombres suivantes :
a. 8 et 32 b. 4 et 12 c. 1,2 et 2,5 d. 0,8 et 1,25

42 Soit (u_n) une suite géométrique.
Recopier et compléter les égalités suivantes :
$u_0 = 3 ; u_1 = 6 ; u_2 = \ldots ; u_3 = \ldots ; u_4 = \ldots ; u_5 = \ldots$.

43 1. Déterminer la raison de la suite géométrique (u_n) telle que $u_0 = 14$ et $u_1 = 17,5$.
2. Déterminer la raison d'une suite géométrique (v_n) telle que $v_{18} = 80$ et $v_{19} = 64$.

44 1. Déterminer la raison de la suite géométrique (u_n) telle que $u_{n+1} = 1,05u_n$, pour tout entier naturel n.
2. Déterminer la raison de la suite géométrique (v_n) telle que $v_{n+1} = \dfrac{1}{3}v_n$, pour tout entier naturel n.

46 Une barrière de corail ceinture un atoll mais une algue brune (la sargasse) prolifère au détriment du corail.
Au 1er janvier 2020, la superficie d'algues est de 92 000 m^2 et on estime qu'elle augmente de 12 % par an.

Soit n un entier naturel.
On note u_n la superficie d'algues, en m^2, au 1er janvier de l'année $(2020 + n)$. Ainsi $u_0 = 92\,000$.

1. Vérifier que la superficie des algues au 1er janvier 2021 est 103 040 m^2.
2. Quel est le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 12 % ?
En déduire une relation entre u_{n+1} et u_n.
3. Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

47 En 2019, le chiffre d'affaires d'une petite entreprise était de 240 000 €. Depuis, cette entreprise voit son chiffre d'affaires diminuer de 4 % chaque année.
Le comptable fait l'hypothèse que cette tendance se poursuivra les années suivantes.
Pour tout entier naturel n, on note v_n le chiffre d'affaires en euros de cette entreprise l'année $2019 + n$. Ainsi : $v_0 = 240\,000$.

1. Vérifier que le chiffre d'affaires de l'entreprise en 2020 est de 230 400 €.
2. Quel est le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 4 % ? En déduire une relation entre v_{n+1} et v_n.
3. Déterminer la nature de la suite (v_n) et préciser sa raison.

Terme général d'une suite géométrique

Questions flash

48 Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 5.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $u_n = 3 \times 5^n$.
2. En déduire le terme u_7.

49 Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 2\,560$ et de raison $\frac{1}{4}$.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{2\,560}{4^n}$.
2. En déduire le douzième terme de la suite (v_n).

50 Soit (w_n) la suite géométrique de premier terme $w_1 = 500$ et de raison 0,8.

1. Vérifier que, pour tout entier naturel n $(n \geqslant 1)$, $w_n = 500 \times 0{,}8^{n-1}$.
2. En déduire le terme w_8.

Somme des termes d'une suite géométrique

Questions flash

53 On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 16$ et de raison $q = 1{,}5$, ainsi que la somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_6$.

1. Préciser le nombre de termes de la somme S.
2. Expliquer pourquoi $S = 16 \times \dfrac{1 - 1{,}5^7}{1 - 1{,}5}$
3. En déduire la valeur de S.

54 Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2.

1. Montrer que $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{10} = 5 \times (2^{11} - 1)$.
2. En déduire la valeur de S.

55 Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_1 = 4$ et de raison 3.

1. Montrer que $\displaystyle\sum_{i=1}^{12} v_i = 2 \times (3^{12} - 1)$.
2. En déduire la valeur de $\displaystyle\sum_{i=1}^{12} v_i$.

Programmation en PYTHON

56 PYTHON **Comprendre un programme**

Camille a programmé la fonction Python ci-dessous pour calculer les termes d'une suite géométrique (u_n) pour tout entier naturel n.

```
def terme(n):
    u = 7*3**n
    return(u)
```

1. Préciser la raison et le premier terme de cette suite.
2. Que renvoie l'appel terme(2) ?
3. Quelle instruction permet de calculer u_{12} ?
4. Quelle instruction permet de calculer le huitième terme de la suite ?

57 PYTHON **Compléter un programme**

Dans la fonction Python dont le programme est donné ci-dessous, n est un entier naturel et u et q sont des nombres réels strictement positifs.

```
def suite(n,u,q):
    ...
    return(...)
```

Compléter le script de cette fonction afin que celle-ci permette le calcul du n-ième terme de la suite géométrique de premier terme u et de raison q.

Moyenne arithmétique
Croissance linéaire

58 Capacité 1, p. 10

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les trois nombres donnés sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

1. $a = 29$, $b = 43$ et $c = 55$.

2. $a = 352$, $b = 240$ et $c = 128$.

60 Donner trois nombres qui sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique et dont les valeurs extrêmes sont 11 et 27.

61 Donner trois nombres qui sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique dont la somme est 126 et dont une des valeurs est 38.

63 Le tableau suivant donne le nombre de contrats signés par le commercial d'une entreprise durant les quatre semaines écoulées :

Semaine	1	2	3	4
Contrats signés	6	9	13	18

1. Réaliser la représentation graphique des termes de cette suite. Que peut-on observer ?

2. Peut-on considérer que le nombre de contrats signés suit une croissance linéaire ? Justifier.

Terme général
d'une suite arithmétique

64 Capacité 2, p. 10

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $r = 16$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n).

2. En déduire la valeur du 27ᵉ terme de la suite.

3. Déterminer le plus petit entier n tel que $u_n > 1\,400$.

65 Capacité 2, p. 10

Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_1 = 124$ et de raison $r = -32$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (v_n).

2. En déduire la valeur de v_{25}.

3. Déterminer le plus petit entier n tel que $v_n < -1\,000$.

66 Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par :

$$\begin{cases} v_0 = -4{,}2 \\ v_{n+1} = v_n + 1{,}3 \end{cases}$$

1. Donner l'expression du terme général de la suite (v_n).

2. En déduire la valeur de v_{17}.

69 Soit (u_n) la suite arithmétique telle que :
$u_0 = -4$ et $u_5 = 11$. On note r la raison de la suite (u_n).

1. Justifier l'égalité $u_5 = -4 + 5r$.

2. En déduire la valeur de r.

3. Déterminer l'expression du terme général de la suite (u_n).

70 Soit (u_n) la suite arithmétique telle que $u_0 = 123$ et $u_4 = 79$.

1. Déterminer la raison de cette suite.

2. En déduire la valeur du 15ᵉ terme de la suite (u_n).

73 La production d'une entreprise peut être modélisée par une suite arithmétique (p_n) telle que, pour tout entier naturel non nul n, p_n désigne le nombre d'appareils produits l'année n.
La première année, la production est de 7 500 appareils ; on a donc $p_1 = 7500$. La sixième année, la production est de 12 000 appareils ; on a donc $p_6 = 12\,000$.

1. Justifier que la raison de la suite (p_n) est 900.

2. Exprimer p_n en fonction de n.

3. Au bout de combien d'années la production annuelle aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

Somme des termes
d'une suite arithmétique

75 TABLEUR Capacité 4 p. 11

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 250$ et de raison $r = 15$.

1. Calculer la somme des 18 premiers termes de cette suite.

2. Retrouver le résultat précédent avec une feuille de calcul d'un tableur.

81 PYTHON **Comprendre un programme**

Léa a programmé une fonction Python pour calculer une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique (u_n).

```
1 def somme_termes():
2     S = 0
3     for i in range(1,35):
4         S = S + 5-7*i
5     return (S)
```

1. En utilisant l'instruction de la ligne 4, justifier que le premier terme de cette suite est –2, puis préciser sa raison.

2. Quels sont les termes de la suite (u_n) dont la fonction `somme_termes` retourne la somme ?

82 PYTHON **Écrire un programme**

En s'inspirant de l'exercice précédent, écrire une fonction Python qui retourne la somme des 22 premiers termes de la suite arithmétique (v_n), définie pour tout entier naturel n, par :

$$v_0 = 84$$
$$v_{n+1} = v_n - 3{,}5$$

83 **1.** Justifier que la suite des nombres impairs est une suite arithmétique.

2. Déterminer l'expression, en fonction de n, de la somme des n premiers entiers naturels impairs.

3. En déduire la valeur de la somme des 50 premiers entiers naturels impairs.

84 CALC On souhaite creuser un puits pour alimenter en eau un champ de culture.

Le premier mètre coûte 100 €, le second mètre 120 € et ainsi de suite, en augmentant le prix de chaque nouveau mètre creusé de 20 €. On note c_n le coût en euros du n–ième mètre creusé.

On a donc $c_1 = 100$.

1. Justifier que la suite (c_n) est arithmétique.

2. Déterminer l'expression du terme général c_n.

3. Vérifier que le coût total d'un puits de 30 mètres de profondeur est 11 700 €.

4. On dispose d'un budget de 33 000 €. En utilisant un tableau de valeurs de la calculatrice, déterminer la profondeur maximale que l'on pourra creuser.

86 CALC Capacité 9 p. 16

On se propose de construire un château de cartes selon le modèle ci-contre.

1. Combien de cartes sont utilisées si on construit ainsi dix étages ?

2. Combien d'étages peut-on construire avec 1 000 cartes ? Combien restera-t-il de cartes ?

87 CALC Chloé a installé un nouveau jeu sur son smartphone. Une partie de ce jeu comporte différents niveaux. Au cours d'une partie, Chloé a obtenu 7 560 points au premier niveau et prévoit, du fait de la difficulté croissante, d'obtenir à chaque niveau 200 points de moins qu'au niveau précédent. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n le nombre de points obtenu au niveau n.

Ainsi $p_1 = 7\,560$.

1. Une partie comporte 20 niveaux. Déterminer le nombre de points que Chloé aura obtenu lors de cette partie.

2. À quel niveau sera Chloé quand son score dépassera 100 000 points ?

Moyenne géométrique Croissance exponentielle

Pour les exercices 88 à 90, déterminer si, dans chacun des cas suivants, les trois nombres donnés sont les termes consécutifs d'une suite géométrique.

88 Capacité 5 p. 14

1. $a = 12$, $b = 14$ et $c = 17$.

2. $a = 200$, $b = 180$ et $c = 162$.

91 Déterminer trois nombres qui sont les termes consécutifs d'une suite géométrique et dont les termes extrêmes sont 4 et 324.

93 Le tableau suivant donne l'évolution de la concentration d'un médicament dans le sang en fonction du temps écoulé depuis l'administration de ce médicament.

Temps écoulé (h)	1	2	3	4	5
Concentration (mL/L)	3,68	4,41	4,02	3,26	2,46

1. Construire la représentation graphique des termes de cette suite. Que peut-on observer ?

2. Peut-on considérer que la concentration du médicament dans le sang suit une croissance exponentielle ? Justifier.

Terme général d'une suite géométrique

94 Capacité 6 p. 14

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 23$ et de raison $q = 1,5$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n).

2. En déduire la valeur du 19ᵉ terme de la suite.

95 CALC

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 7$ et de raison $q = 3$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n).

2. En déduire la valeur du 11ᵉ terme de la suite.

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer la plus petite valeur de n telle que $u_n > 1\,000\,000$.

96 CALC

Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_1 = 5000$ et de raison $q = 0,4$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (v_n).

2. En déduire la valeur de v_8.

3. À l'aide de la calculatrice, déterminer la plus petite valeur de n telle que $u_n < 0,001$.

97 Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} v_1 = 365 \\ v_{n+1} = 0,72 v_n \end{cases}$

1. Donner l'expression du terme général de la suite (v_n).

2. En déduire la valeur approchée à 0,01 près de v_{20}.

100 Soit (u_n) la suite géométrique telle que : $u_0 = 5$ et $u_4 = 405$. On note q la raison de la suite (u_n).

1. Justifier l'égalité $u_4 = 5 \times q^4$.

2. En déduire la valeur de q.

3. Déterminer l'expression du terme général de la suite (u_n).

101 Soit (v_n) la suite géométrique telle que $v_0 = 900$ et $v_2 = 576$. Déterminer la valeur approchée à 0,1 près du 16ᵉ terme de la suite (v_n).

Piste : On pourra commencer par déterminer la raison de cette suite.