Ex 1 : Encadrer une intégrale de GAUSS

Soit la fonction f définie par $f(x)=e^{x^2}$

1) Démontrer que pour tout $x\in[0;1]$, on a $1\leqslant f(x)\leqslant e$
2) En déduire un encadrement de l'intégrale $\int_0^1 f(x)dx$

Ex 2 : *Encadrer une intégrale de RIEMANN*

Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{1+x}$

1) Démontrer que pour tout $x\in[0;8]$, on a $1\leqslant f(x)\leqslant 3$
2) En déduire un encadrement de l'intégrale $\int_0^8 f(x)dx$

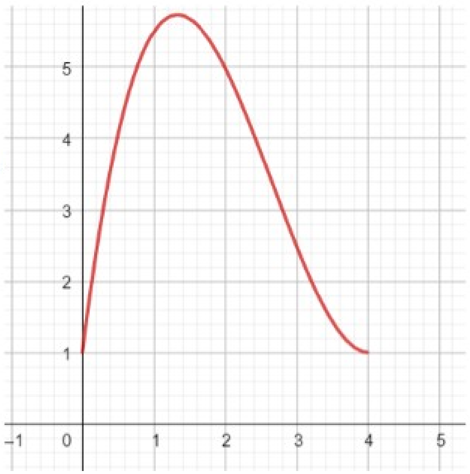
Ex 3 : *Encadrer une intégrale de WALLIS*

Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{9+x^2}$

1) Démontrer que pour tout $x\in[0;4]$, on a $3\leqslant f(x)\leqslant 5$
2) En déduire un encadrement de l'intégrale $\int_0^4 f(x)dx$

Ex 4 : *Valeur moyenne & estimation graphique*

On a représenté ci-dessous la fonction f définie sur $[0;4]$ par $f(x)=0,5x^3-4x^2+8x+1$



1) Estimer graphiquement la valeur moyenne de f sur $[0;4]$
2) Calculer la valeur moyenne de f , puis vérifier le résultat obtenu à la question 1.
3) Déterminer la primitive de f vérifiant $F(0)=0$
4) Retrouver la valeur moyenne de f sur $[0;4]$ en utilisant la primitive F

Ex 5 : *Equations horaires du mouvement*

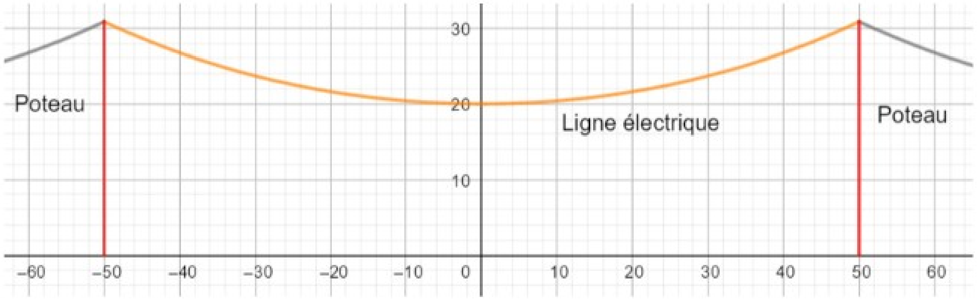
Un mobile $M(t)$ se déplace à la vitesse $v(t)=3t^2+4t+1$ (t en seconde et $v(t)$ en $m.s^{-1}$) ; sa position initiale est $M(0;2)$

1) Déterminer l'expression de la position $x(t)$ du mobile $M(t)$
2) Construire la trajectoire parcourue par le mobile M
3) Quelle est la vitesse instantanée sur le trajet aux instants $t=1\,min$ et $t=2\,min$?
4) Quelle est la vitesse moyenne sur le trajet entre les instants $t=0\,s$ et $t=2\,min$?

Ex 6 : *ligne électrique → vers le cosinus hyperbolique*

La hauteur d'une ligne électrique entre deux poteaux longue de 100 m est modélisée, par la fonction h définie sur $[-50,50]$ par :

$$h(x)=10(e^{0,02x}+e^{-0,02x})$$



1) Étudier les variations de la fonction f sur $[-50;50]$
2) Déterminer une primitive F de f
3) Déterminer (à 0,01 près) la hauteur moyenne de la ligne électrique

Ex 7 : *Décomposition en éléments simples*

Soit f la fonction définie sur $[0;5]$ par $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$

1) Démontrer que f est continue et positive sur $[0;5]$
2) Démontrer qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{x+2}$
3) Déterminer une primitive F de f
4) En déduire la valeur de l'intégrale $\int_0^5 f(x)dx$