

16 Suite à une panne technique, un distributeur de boissons ne tient aucun compte de la commande faite par le client. Cette machine distribue soit un expresso, soit du chocolat, soit du thé en suivant une programmation erronée. Chaque boisson peut être sucrée ou non.

- La probabilité d'obtenir un expresso est $\frac{1}{2}$;
- la probabilité d'obtenir un thé sucré est $\frac{2}{9}$;
- si l'on obtient un expresso, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{5}{9}$;
- si l'on obtient un chocolat, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{1}{3}$.

On considère les événements suivants :

- T : « on a obtenu un thé » ;
- E : « on a obtenu un expresso » ;
- C : « on a obtenu un chocolat » ;
- S : « la boisson obtenue est sucrée ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un expresso sucré.
3. On sait que la probabilité d'obtenir une boisson sucrée est $\frac{5}{9}$. En déduire que la probabilité d'obtenir un chocolat sucré est $\frac{1}{18}$.
4. En déduire la probabilité d'obtenir un chocolat puis celle d'obtenir un thé.
5. Calculer $P_T(\bar{S})$.
6. Une personne programme la machine et obtient une boisson non sucrée. Son ami lui affirme : « Je pense que ta boisson est un expresso ! ». Dans quelle mesure a-t-il raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.

18 (Amérique du Sud 2013) Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de 0,3 et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de 0,5.

Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60 % des cas.

Un client achète une barquette. On considère :

- C « le client achète une barquette de fruits à confiture » ;
- F : « le client demande des framboises » ;
- G : « le client demande des groseilles » ;
- M : « le client demande des myrtilles ».

1. Construire un arbre modélisation la situation.
2. a. Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruits à confiture.
b. Le client achète une barquette de fruits à déguster ; Donner la probabilité qu'il demande des myrtilles.
3. Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à 0,24.
4. Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?

19 (Guyane-Antilles 2011) Dans un magasin spécialisé en électroménager et multimédia, le responsable du rayon informatique fait le bilan sur les ventes d'ordinateurs portables, de tablettes, et d'ordinateurs fixes. Pour ces trois types de produit, le rayon informatique propose une extension de garantie.

Le responsable constate que 28 % des acheteurs ont opté pour une tablette, et 48 % pour un ordinateur portable.

Dans cet exercice, on suppose que chaque acheteur achète un unique produit entre tablette, ordinateur portable, ordinateur fixe, et qu'il peut souscrire ou non une extension de garantie.

Parmi les acheteurs ayant acquis une tablette, 5 % ont souscrit une extension de garantie et, parmi ceux ayant acquis un ordinateur fixe, 12,5 % ont souscrit une extension de garantie.

On choisit au hasard un de ces acheteurs.

On note :

- T l'évènement « l'acheteur a choisi une tablette » ;
- M l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur portable » ;
- F l'évènement « l'acheteur a choisi un ordinateur fixe » ;
- G l'évènement « l'acheteur a souscrit une extension de garantie ».

On note aussi \bar{F} , \bar{M} , \bar{T} , \bar{G} les évènements contraires.

1. Construire un arbre pondéré en indiquant les données de l'énoncé.
2. Calculer $P(F)$, puis $P(F \cap G)$.
3. On sait de plus que 12 % des acheteurs ont choisi un ordinateur portable avec une extension de garantie. Déterminer la probabilité qu'un acheteur ayant acquis un ordinateur portable souscrive une extension de garantie.
4. Montrer que $P(G) = 0,164$.
5. Pour tous les appareils, l'extension de garantie est d'un montant de 50 euros. Quelle recette complémentaire peut espérer le responsable du rayon lorsque 1000 appareils seront vendus ?

Vers le BTS ...

17 Pierre a décidé d'arrêter de fumer. On admet que
 - s'il ne fume pas un jour donné, la probabilité qu'il ne fume pas le lendemain est 0,4 ;
 - s'il fume un jour, la probabilité qu'il ne fume pas le lendemain est 0,9.

Pour tout entier $n \geq 1$, on considère les évènements

- F_n : « Pierre fume le $n^{\text{ième}}$ jour » ;
- \bar{F}_n : « Pierre ne fume pas le $n^{\text{ième}}$ jour ».

On note $a_n = P(\bar{F}_n)$ la probabilité que Pierre ne fume pas le $n^{\text{ième}}$ jour. Aujourd'hui Pierre ne fume pas, donc $a_1 = 1$.

- a. Justifier que $P(F_n) = 1 - a_n$.
- b. Compléter l'arbre ci-dessus.
- c. Montrer que $a_{n+1} = -0,5a_n + 0,9$.
- d. Étudier la suite (a_n) en précisant sa limite

