Ex 1 : Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1;20]$ par $f(x)=\frac{x}{4}+1+\frac{4}{x}$

1) a) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x)=\frac{x^2-16}{4x^2}$
   b) Déterminer les valeurs de x telles que $f'(x)=0$
   c) En déduire le tableau de variations de f

2) Le coût de production, exprimé en million d'euros, pour fabriquer q milliers de tonnes de produit A est donné par $C(q)=4+q+\frac{q^2}{4}$; Pour que l'entreprise existe, la production ne peut être inférieure à un millier de tonnes de produit A et ne peut être supérieure à 20 milliers de tonnes.
   a) Déterminer le coût moyen de production noté $C_M(q)$
   b) Déterminer le niveau de production qui minimisera son coût moyen.

Ex 2 : Pour financer un échange scolaire, les 32 élèves dune classe de seconde veulent vendre des nougats et des chocolats. Par souci d'économie, ils décident de commander les nougats et les chocolats « en vrac » chez un chocolatier, puis de faire eux-mêmes les emballages en achetant des petites boîtes en carton.

Les prix du chocolatier sont donnés par les 2 courbes de l'***annexe***.
La courbe $\mathscr{N}$ représente la fonction f qui donne le prix d'achat (en €) de x kg de nougats. La courbe $\mathscr{C}$ représente la fonction g qui donne le prix d'achat (en €) de x kg de chocolats.

1) a) Déterminer graphiquement le prix de 40 kilogrammes de nougats
   b) Montrer que $f(x)=35x$ pour tout $x\in[10;100]$
   c) La fonction g est définie par $g(x)=-0{,}2x^2+50x+80$. Calculer le prix d'une commande de 40 kg de nougats et de 100 kg de chocolats
   d) Déterminer le montant d'une commande de 80 kg de nougats et de 80 kg de chocolats.

2) a) Quel est le prix moyen d'un kg de chocolats pour une commande de 50 kg
   b) Montrer que le prix moyen d'un kg de chocolats pour une commande de x kg est donné par la fonction h définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10;100]$, par $h(x)=-0{,}2x+50+\frac{80}{x}$
   c) Calculer la dérivée $h'(x)$ et vérifier que $h'(x)<0$
   d) Dresser le tableau de variations de h sur l'intervalle [10 ; 100].
   e) Que peut-on en déduire quant au prix moyen du kg de chocolats en fonction de la quantité achetée ?

T T2 TD 3 : Fonctions Rationnelles Fév 2021

Ex 1 : Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1;20]$ par $f(x)=\frac{x}{4}+1+\frac{4}{x}$

1) a) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x)=\frac{x^2-16}{4x^2}$
   b) Déterminer les valeurs de x telles que $f'(x)=0$
   c) En déduire le tableau de variations de f

2) Le coût de production, exprimé en million d'euros, pour fabriquer q milliers de tonnes de produit A est donné par $C(q)=4+q+\frac{q^2}{4}$; Pour que l'entreprise existe, la production ne peut être inférieure à un millier de tonnes de produit A et ne peut être supérieure à 20 milliers de tonnes.
   a) Déterminer le coût moyen de production noté $C_M(q)$
   b) Déterminer le niveau de production qui minimisera son coût moyen.

Ex 2 : Pour financer un échange scolaire, les 32 élèves dune classe de seconde veulent vendre des nougats et des chocolats. Par souci d'économie, ils décident de commander les nougats et les chocolats « en vrac » chez un chocolatier, puis de faire eux-mêmes les emballages en achetant des petites boîtes en carton.

Les prix du chocolatier sont donnés par les 2 courbes de l'***annexe***.
La courbe $\mathscr{N}$ représente la fonction f qui donne le prix d'achat (en €) de x kg de nougats. La courbe $\mathscr{C}$ représente la fonction g qui donne le prix d'achat (en €) de x kg de chocolats.

1) a) Déterminer graphiquement le prix de 40 kilogrammes de nougats
   b) Montrer que $f(x)=35x$ pour tout $x\in[10;100]$
   c) La fonction g est définie par $g(x)=-0{,}2x^2+50x+80$. Calculer le prix d'une commande de 40 kg de nougats et de 100 kg de chocolats
   d) Déterminer le montant d'une commande de 80 kg de nougats et de 80 kg de chocolats.

2) a) Quel est le prix moyen d'un kg de chocolats pour une commande de 50 kg
   b) Montrer que le prix moyen d'un kg de chocolats pour une commande de x kg est donné par la fonction h définie, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10;100]$, par $h(x)=-0{,}2x+50+\frac{80}{x}$
   c) Calculer la dérivée $h'(x)$ et vérifier que $h'(x)<0$
   d) Dresser le tableau de variations de h sur l'intervalle [10 ; 100].
   e) Que peut-on en déduire quant au prix moyen du kg de chocolats en fonction de la quantité achetée ?