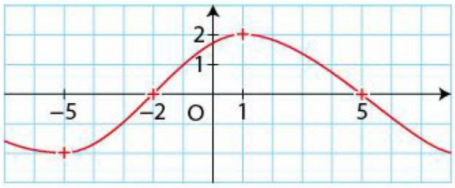
26 g est une fonction dérivable sur $[-7 ; 8]$.
Dans le repère ci-dessous, voici la courbe représentative de la fonction g', dérivée de g.



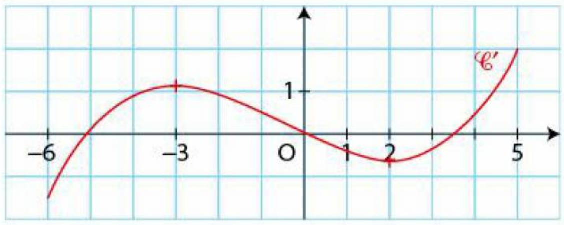
a) Par lecture graphique, déterminer le sens de variation de la fonction g'.
b) En déduire la convexité de la fonction g sur $[-7 ; 8]$.

36 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4.$$

a) Déterminer, pour tout réel x, $f'(x)$ et $f''(x)$.
b) Dresser le tableau de signes de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$ et en déduire la convexité de la fonction f.

41 $\mathscr{C}$ est la courbe représentative dans un repère d'une fonction g dérivable sur l'intervalle $[-6 ; 5]$.
Voici dans le repère ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}'$ représentative de la fonction g', dérivée de g.



a) Lire graphiquement le sens de variation de g'.
b) En déduire la convexité de la fonction g.
c) Préciser les abscisses des points d'inflexion de $\mathscr{C}$.

33 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$f''(x) = (2x - 1)\,\mathrm{e}^x.$$

a) Expliquer pourquoi $f''(x)$ est du signe de $2x - 1$.
Dresser alors le tableau de signes de $f''(x)$.
b) En déduire la convexité de la fonction f.

34 g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \frac{x}{x^2+1}.$$

a) Afficher la courbe représentative de la fonction g à l'écran de la calculatrice.
Conjecturer la convexité de la fonction g.
b) Déterminer, pour tout réel x, $g'(x)$ et $g''(x)$.
c) Dresser le tableau de signes de $g''(x)$ sur $\mathbb{R}$.
d) Infirmer ou confirmer la conjecture émise au **a)**.

44 $\mathscr{C}$ est la courbe représentative dans un repère de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)^3 - 2$.
Démontrer que la courbe $\mathscr{C}$ admet un seul point d'inflexion. En donner les coordonnées.

45 g est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
$\mathscr{C}$ est sa courbe représentative dans un repère.
On sait que pour tout réel x, $g'(x) = x^2\,\mathrm{e}^{-x}$.
a) Déterminer le sens de variation de la fonction g.
b) Déterminer $g''(x)$. En déduire la convexité de la fonction g et les abscisses des points d'inflexion de $\mathscr{C}$.

60 Modèles définis par une fonction d'une variable

Coûts moyen et marginal de production

Une entreprise fabrique du parfum dont le coût total de production, par jour, en centaine d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur $]0 ; 50]$ par :

$\mathrm{C}(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 200$ pour x litres de parfum.

Le prix de vente d'un litre de parfum est de 2 500 €.

1. a) Montrer que la recette est modélisée par la fonction R définie sur $]0 ; 50]$ par $\mathrm{R}(x) = 25x$.
b) Exprimer le bénéfice $\mathrm{B}(x)$ en fonction de x.
c) Déterminer la quantité de parfum à produire pour que le bénéfice soit maximum.
2. Le coût moyen de production d'un litre de parfum, quand on en produit x litres, est modélisé par la fonction $\mathrm{C_M}$ telle que $\mathrm{C_M}(x) = \dfrac{\mathrm{C}(x)}{x}$ sur $]0 ; 50]$.
a) Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathrm{C_M}$.
b) En déduire la quantité de parfum à produire pour obtenir un coût moyen minimum de production.
3. Le coût marginal de production est le supplément de coût total induit par la production d'un litre supplémentaire de parfum. Il est modélisé par la fonction C_m telle que $\mathrm{C}_m(x) = \mathrm{C}(x+1) - \mathrm{C}(x)$ sur $]0 ; 50]$.
a) Déterminer le coût marginal pour une production de 20 L de parfum, c'est-à-dire l'augmentation du coût total de production pour passer de 20 L à 21 L.
b) Calculer $\mathrm{C}'(20)$. Comparer avec le résultat précédent.
4. En pratique, on assimile le coût marginal de production à la dérivée du coût total.
a) Déterminer $\mathrm{C}_m(x)$ sur $]0 ; 50]$.
b) Préciser la convexité de la fonction C sur $]0 ; 50]$.
c) Résoudre l'équation $\mathrm{C_M}(x) = \mathrm{C}_m(x)$ sur $]0 ; 50]$.

70 **Conjecturer, puis démontrer**

Parcours 1

f est la fonction définie sur $[-8 ; 2]$ par :

$$f(x) = (-x^2 + 4)\,\mathrm{e}^x.$$

Conjecturer la convexité de f à l'aide de la calculatrice, puis démontrer cette conjecture.