Ex 1 : Calculer les limites de suites suivantes à l'aide des opérations classiques

$\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^3-2n^2)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2}{n+2}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3n+1}{2-n^2}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3}{0{,}5^n}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(2^n+3^n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(3^n-5^n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2-n}{1-2n^2}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n-\sqrt{n})$

Ex 2 : Calculer les limites de suites suivantes à l'aide de théorèmes de comparaisons

$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{(-1)^n}{n+2}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(n-\cos(n))$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n+\sin(n)}{n^2-5}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sin(n)}{\cos(n)}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{-1}{2}\right)^n$

Ex 3 : Limites de suites géométriques

On pose $u_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1) Calculer la limite de la suite (u_n) (justifier la réponse)
2) Simplifier la somme $S_n=\sum\limits_{k=0}^{n}u_k=u_0+u_1+u_2+...+u_n$
3) Calculer la limite de la suite (S_n)

Ex 4 : Limites dépendant d'une suite géométrique

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et $u_{n+1}=\dfrac{1}{3}u_n+n-2$, $n\geqslant 0$

1) Programmer cette suite et conjecture la limite de la suite (u_n)
2) On pose $v_n=-2u_n+3n-\dfrac{21}{2}$
   a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique
   b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n
   d) Conclure sur la limite de la suite (u_n)

Ex 5 : Limites d'une suite sous forme de somme partielle

On considère la suite (u_n) définie par $u_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}$ pour tout $n\geqslant 1$

1) Montrer que pour tout entier $k\geqslant 1$: $\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}=\dfrac{1}{k(k+1)}$
2) En déduire que pour tout $n\geqslant 1$: $u_n=1-\dfrac{1}{n+1}$
3) Conclure sur la limite de la suite (u_n)

Tale Maths complémentaire TD n° 4 : Limites de Suites 2020

Ex 1 : Calculer les limites de suites suivantes à l'aide des opérations classiques

$\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^3-2n^2)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2}{n+2}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(n^2+n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3n+1}{2-n^2}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3}{0{,}5^n}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(2^n+3^n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(3^n-5^n)$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2-n}{1-2n^2}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(2n-\sqrt{n})$

Ex 2 : Calculer les limites de suites suivantes à l'aide de théorèmes de comparaisons

$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{(-1)^n}{n+2}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}(n-\cos(n))$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n+\sin(n)}{n^2-5}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sin(n)}{\cos(n)}$; $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{-1}{2}\right)^n$

Ex 3 : Limites de suites géométriques

On pose $u_n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1) Calculer la limite de la suite (u_n) (justifier la réponse)
2) Simplifier la somme $S_n=\sum\limits_{k=0}^{n}u_k=u_0+u_1+u_2+...+u_n$
3) Calculer la limite de la suite (S_n)

Ex 4 : Limites dépendant d'une suite géométrique

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et $u_{n+1}=\dfrac{1}{3}u_n+n-2$, $n\geqslant 0$

1) Programmer cette suite et conjecture la limite de la suite (u_n)
2) On pose $v_n=-2u_n+3n-\dfrac{21}{2}$
   a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique
   b) Déterminer l'expression de v_n en fonction de n
   c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n
   d) Conclure sur la limite de la suite (u_n)

Ex 5 : Limites d'une suite sous forme de somme partielle

On considère la suite (u_n) définie par $u_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}$ pour tout $n\geqslant 1$

1) Montrer que pour tout entier $k\geqslant 1$: $\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}=\dfrac{1}{k(k+1)}$
2) En déduire que pour tout $n\geqslant 1$: $u_n=1-\dfrac{1}{n+1}$
3) Conclure sur la limite de la suite (u_n)