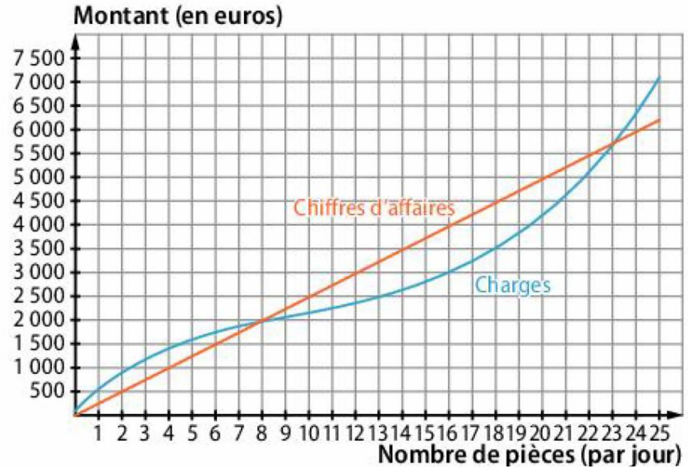
Ex 1 :

Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

Partie A. Lectures graphiques

À l'aide du graphique donné ci-dessous, répondre aux questions suivantes.



1. Quel est le montant des charges pour 5 pièces produites par jour ?

2. Combien de pièces sont produites par jour pour un montant des charges de 2000 € ?

3. Quelles quantités produites par jour permettent à l'entreprise de réaliser un bénéfice ?

Partie B. Étude du bénéfice

Le bénéfice réalisé par la fabrication et la vente de x pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 25]$ par :

$$B(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x - 92{,}416.$$

1. Calculer $B'(x)$, pour tout réel x de $[0 ; 25]$.

2. Montrer que $B'(x) = -3(x-17)(x-3)$.

3. Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 25]$.

4. Déterminer le nombre de pièces que l'entreprise doit produire chaque jour pour que le bénéfice réalisé soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

Partie C. Coût moyen

On appelle coût moyen la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0 ; 25]$ par $C_M = \dfrac{C(x)}{x}$ où $C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 92{,}416$.

1. Calculer $C_M(16)$ et $C_M(17)$. On arrondira au centime d'euro.

2. Montrer que pour tout réel x de $]0 ; 25]$:

$$C_M(x) = x^2 - 30x + 400 + \frac{92{,}416}{x}.$$

3. Montrer que pour tout réel x de $]0 ; 25]$:

$$C'_M(x) = \frac{2(x-15{,}2)(x^2+0{,}2x+3{,}04)}{x^2}.$$

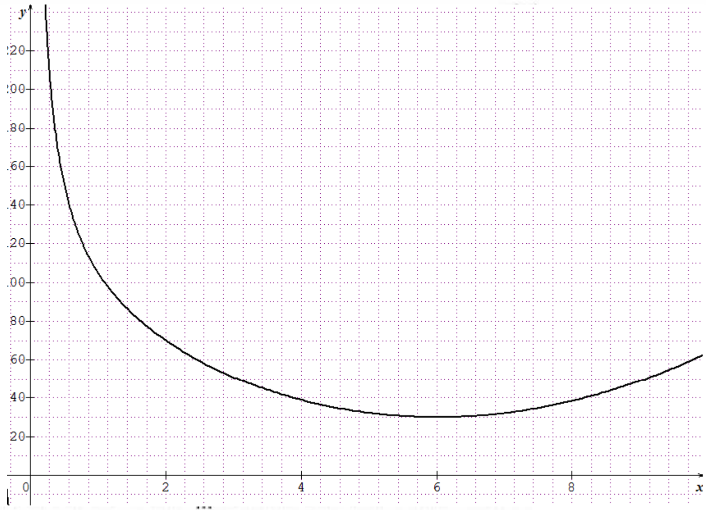
4. a. Justifier que sur l'intervalle $]0 ; 25]$ $C'_M(x)$ a le même signe que $(x-15{,}2)$.

b. Construire le tableau de variation de la fonction C_M sur $]0 ; 25]$.

5. L'affirmation suivante est-elle vraie ?
« Lorsque le bénéfice de l'entreprise augmente, le coût moyen diminue ». Justifier.

Ex 2 :

Une entreprise produit et vend du safran, une épice de grande qualité. On note x le nombre de kilogrammes que produit et vend l'entreprise en un an, x étant compris entre 1 et 9.
Le coût moyen de production, exprimé en milliers d'euros, d'un kilogramme de safran lorsqu'on en fabrique x kg, est modélisé par la fonction C_M définie sur l'intervalle $[1 ; 9]$ par :



$$C_M(x) = 2x^2 - 23x + 90 + \frac{36}{x}$$

1. Montrer que pour tout réel x de $[1 ; 9]$:

$$C'_M(x) = \frac{(x-6)(4x^2+x+6)}{x^2}.$$

2. Justifier que sur $[1 ; 9]$, $C'_M(x)$ a le même signe que $(x-6)$.

3. Construire le tableau de variation de la fonction C_M sur $[1 ; 9]$.

4. Chaque kilogramme de safran est vendu au prix de 50 milliers d'euros. L'entreprise réalise un profit lorsque le prix unitaire est supérieur au coût moyen.
Recopier, puis compléter le programme ci-dessous afin que la fonction safran retourne, à 100 grammes près, la quantité minimale de safran à produire et vendre pour réaliser un bénéfice.

```
def safran():
    x=1
    p=50
    c=2*x**2-23*x+90+36/x
    while ........:
        x=x+0.1
        c=2*x**2-23*x+90+36/x
    return(........)
```