

Apprendre à apprendre



15 Choisir deux fractions composées d'au moins deux nombres négatifs. Les additionner, les soustraire, les multiplier et les diviser. Vérifier les résultats à la calculatrice.

16 Comment multiplier deux puissances d'un même nombre ? Par exemple, $2^5 \times 2^{-3}$.

17 Comment additionner deux racines carrées ? Par exemple, $\sqrt{8} + \sqrt{40}$.

18 Comment multiplier deux racines carrées ? Par exemple, $\sqrt{8} \times \sqrt{40}$.

19 Comment écrire un quotient sans racines carrées au dénominateur ? Par exemple, $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Multiples et diviseurs

AP

28 On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme $65u$ où u représente le chiffre des unités.

Quelles sont les valeurs possibles de u pour obtenir :

- un multiple de 2 ?
- un nombre divisible par 9 ?

29 Trouver tous les nombres de trois chiffres divisibles à la fois par 3 et par 5 et dont le chiffre des centaines est 7.

30 Écrire la liste de tous les diviseurs de :

- a) 32 b) 67 c) 81 d) 144

31 Répondre par Vrai ou Faux. Justifier.

- Tout nombre qui a pour chiffre des unités 3 est divisible par 3.
- Tout nombre divisible par 4 et 5 est divisible par 10.
- Tout nombre divisible par 3 et 2 est divisible par 5.
- Tout nombre divisible par 2 est divisible par 4.

Nombres premiers

32 Parmi les nombres entiers naturels suivants, chercher ceux qui sont des nombres premiers.

- a) 157 b) 231 c) 311 d) 468

AP

33 Parmi les nombres ci-dessous, indiquer ceux qui ne sont pas des nombres premiers.

- a) 19 b) 169 c) 1 009 d) 127
e) 558 f) 615 g) 2 367 h) 14 674

34 Décomposer chacun des nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- a) 215 b) 507 c) 1 868 d) 1 431

35 Pour chaque nombre entier, indiquer s'il est premier ou donner sa décomposition en produit de facteurs premiers.

- a) 32 b) 59 c) 115 d) 187
e) 227 f) 303 g) 503 h) 667

36 Simplifier au maximum chaque fraction.

- a) $\frac{48}{56}$ b) $\frac{56}{63}$ c) $\frac{63}{48}$ d) $\frac{650}{800}$

37 1. Décomposer 800 et 650 en produits de facteurs premiers.

2. Simplifier la fraction $\frac{650}{800}$.

38 1. Décomposer 2 261 et 323 en produits de facteurs premiers.

2. Simplifier la fraction $\frac{2261}{323}$.

3. Effectuer $\frac{2261}{323} + \frac{7}{49}$.

Résolution de problèmes arithmétiques

39 Lors d'un spectacle d'une compagnie de danse, tous les danseurs font un premier numéro quatre par quatre, simultanément, puis un deuxième six par six, tous ensemble encore.

Pourront-ils tous participer à un numéro pour lequel il faut des groupes de 24 ? Justifier.

40 1. Démontrer que si un entier est multiple de 15, alors il est aussi multiple de 3 et de 5.

2. La réciproque semble-t-elle vraie ?

41 1. 35 et 6 300 sont-ils divisibles par 7 ? Justifier.

2. En utilisant la question 1., démontrer que 6 335 est divisible par 7.

3. Démontrer, dans le cas général, que si x et y sont deux nombres entiers divisibles par 7 alors leur somme $x + y$ est divisible par 7.

4. En écrivant le nombre 6 349 147 comme une somme de quatre multiples de 7, démontrer que 6 349 147 est un multiple de 7.

42 Démontrer que si a^2 est pair alors a est pair.

43 Démontrer que le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

44 1. Donner une écriture littérale des multiples de 18.

2. Démontrer que si un entier est multiple de 18 alors il est aussi multiple de 3 et de 6.

3. La réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Calculs avec les puissances

45 1. Écrire les nombres suivants sous la forme d'un produit de puissances de 2 et de 5.

$$A = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$B = 625 \times 512$$

2. Écrire sous la forme d'un produit de puissances de 2 et de 5.

$$E = \frac{2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \quad F = \frac{25}{16}$$

46 Recopier et compléter.

a) $12^{-5} = \frac{1}{12^{\dots}}$

b) $7^{\dots} = \frac{1}{7^5}$

c) $8^{-6} = \frac{1}{8^{\dots}}$

d) $\frac{1}{9^{\dots}} = 9^{-23}$

e) $1,5^2 = \frac{1}{1,5^{\dots}}$

f) $(-7)^3 = \frac{1}{(-7)^{\dots}}$

47 Écrire sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n est un entier relatif.

a) $5^2 \times 5^4$

b) $6^5 \times 6^{-8}$

c) $3^4 \times 5^4$

d) $2,5^{-7} \times 4,2^{-7}$

e) $-4 \times (-4)^{-7}$

f) $(-2)^{-3} \times (-2)^5$

48 Écrire sous la forme a^n , où a est un nombre relatif et n est un entier relatif.

a) $\frac{3^8}{3^{-4}}$

b) $\frac{6^5}{3^5}$

c) $\frac{4^6}{4^2}$

d) $\frac{(-4,5)^4}{3^4}$

e) $\frac{9^{-3}}{(-2,5)^{-3}}$

f) $\frac{3,2^{-5}}{3,2^{-2}}$

49 Écrire sous la forme d'une seule puissance.

a) $2,8 \times 2,8^{-3}$

b) $\frac{5^{-2}}{5^{-4}}$

c) $((-3,7)^{-2})^5$

d) $\frac{7^{-3}}{2^{-3}}$

e) $((5,6)^{-4})^{-2}$

f) $10^7 \times 10^{-7}$

g) $(-6)^8 \times (-6)^{-3}$

h) $5,3^{-6} \times 4^{-6}$

i) $\frac{(-4,2)^{-5}}{(-3)^{-5}}$

50 Écrire sous la forme d'une seule puissance.

A = $8^2 \times 8^{-3} \times 8^7$

B = $11^{-8} \times \frac{11^7}{11^{-4}}$

C = $\frac{(-3)^6 \times (-3)^{-8}}{(-3)^{-7}}$

Calculs avec les quotients

AP

51 Effectuer les calculs suivants en détaillant les étapes et donner les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{42}{75} - \left(-\frac{22}{30}\right)$

b) $\frac{85}{4} + \frac{25}{-5}$

c) $\frac{-1}{25} - 8$

d) $-\frac{14}{27} + \frac{-5}{108}$

52 Effectuer les calculs et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} \times \frac{3}{-7}$

b) $\frac{5}{-7} \times \left(-\frac{7}{5}\right)$

c) $-15 \times \frac{2}{15}$

d) $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times 3$

53 Effectuer les calculs et donner les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

a) $\frac{-4}{45} \div \frac{16}{15}$

b) $\frac{-5}{6} \div \left(-\frac{15}{18}\right)$

c) $12 \div \frac{3}{-4}$

d) $1 \div \left(\frac{-7}{4}\right)$

54 Écrire les quotients suivants en utilisant le symbole \div puis effectuer le calcul.

A = $\frac{2}{\frac{3}{5}}$

B = $\frac{3}{5}$

C = $\frac{3}{\frac{7}{11}}$

55 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre décimal.

D = $11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)$

E = $\left(\frac{11}{7} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{24}{7}$

Calculs avec les racines carrées**56** Déterminer, si possible, la racine carrée des nombres suivants.

a) 100

b) 9

c) -36

d) $(-8)^2$

e) 169

f) -1

g) -52

h) π

57 Sans utiliser de calculatrice, donner la valeur des nombres suivants.

a) $(\sqrt{25})^2$

b) $\sqrt{3^2}$

c) $(-\sqrt{16})^2$

d) $(\sqrt{0,14})^2$

e) $\sqrt{(-7)^2}$

f) $\sqrt{0,4^2}$

58 Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{15}$

b) $\sqrt{75}$

c) $\sqrt{7} \times \sqrt{21}$

d) $\sqrt{108}$

59 Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible.

a) $\sqrt{32}$

b) $\sqrt{75}$

c) $\sqrt{500}$

d) $\sqrt{80}$

e) $-\sqrt{48}$

f) $5\sqrt{18}$

g) $-4\sqrt{32}$

60 Écrire sans radical les expressions suivantes.

a) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

b) $\sqrt{\frac{1}{16}}$

c) $\sqrt{\frac{49}{25}}$

d) $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{49}{64}}$

61 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

a) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

b) $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

c) $\sqrt{7} \times 3\sqrt{14}$

d) $7\sqrt{2} \times 5\sqrt{70}$

62 Sans utiliser de calculatrice, transformer les expressions suivantes de façon à obtenir la racine carrée d'une fraction irréductible.

a) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}}$ b) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{75}}$
 c) $\frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$ d) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{42}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{45}}$

63 Écrire les expressions suivantes sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des entiers.

$A = \sqrt{81} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27}$ $B = \sqrt{3}(5 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

Arithmétique

66 Un fleuriste dispose de 30 tulipes et 24 muscaris. Il veut composer des bouquets contenant le même nombre de tulipes et le même nombre de muscaris, et utiliser toutes ses fleurs. On veut calculer le nombre maximum de bouquets qu'il peut faire.



1. Expliquer pourquoi le nombre de bouquets doit être un diviseur commun à 30 et 24.
2. Déterminer les diviseurs de 30 et 24.
3. Combien de bouquets peut-il réaliser au maximum ? Quelle est alors la composition de chaque bouquet ?

67 Dans une partie de cartes, on doit répartir entre les joueurs 180 jetons noirs et 120 jetons blancs. Chaque joueur doit recevoir le même nombre de jetons noirs et le même nombre de jetons blancs.

1. Peut-il y avoir vingt joueurs ? neuf joueurs ?
2. Combien peut-il y avoir de joueurs ? Donner toutes les possibilités.

68 La somme de quatre multiples consécutifs de 7 est égale à 406.

Quels sont ces quatre entiers ?

69 On veut démontrer que la somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est un multiple de 4.

1. Combien faut-il ajouter à un entier naturel impair pour obtenir l'entier impair qui le suit ?
2. Donner les écritures littérales de deux entiers naturels impairs consécutifs.
3. Montrer que leur somme peut s'écrire $4m$, où m est un entier naturel, puis conclure.

70 n est un entier naturel.

1. Démontrer que si n est impair alors 8 divise $n^2 - 1$.
2. Le nombre $1 + 3^n$ est-il toujours pair ?
3. Démontrer que $2^n + 2^{n+1}$ est divisible par 3.

71 On veut déterminer si un entier naturel a est multiple d'un entier naturel b .

Algo & Prog

1. Quelle opération permet de trouver le résultat ?
2. Quelle condition portant sur le résultat permet de conclure ?
3. Proposer un programme qui détermine, à partir de deux entiers a et b , si a est un multiple de b .

72 Déterminer un algorithme qui permet de déterminer, à partir de deux entiers a et b , si a est un diviseur de b .

Algo & Prog

73 1. Écrire un programme qui écrit les dix premiers multiples d'un entier a .

Algo & Prog

2. Modifier le programme pour qu'il détermine le plus grand multiple de a inférieur à un nombre b donné.

74 a est un chiffre, on veut démontrer que le nombre $a00a$ est divisible par 143.

(Pour $a = 4$, le nombre est 4 004.)

1. Vérifier cette affirmation avec $a = 1$ puis avec $a = 2$.
2. Écrire la division euclidienne de $a00a$ par 10.
3. Démontrer cette affirmation dans le cas général.

75 Le cerveau humain est composé de 100 milliards de neurones. À partir de 30 ans, ce nombre de neurones baisse d'environ 100 000 par jour. En considérant qu'une année contient 365 jours, donner l'écriture décimale puis scientifique du nombre de neurones d'un humain âgé de 40 ans.

76 La lumière est composée de photons qui se déplacent à la vitesse moyenne de 300 000 km par seconde. Une année-lumière correspond à la distance parcourue par un de ces photons en une année.

Physique

1. À quelle distance, en km, correspond une année-lumière ? Écrire la réponse en notation scientifique.
2. La distance du centre du Soleil au centre de la Terre est de $1,5 \times 10^8$ km. Exprimer cette distance en année-lumière.

77 (D'après Brevet) 1. Calculer A et donner le résultat sous forme fractionnaire la plus simple possible.

$$A = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$$

2. Écrire B sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre entier et n un nombre entier relatif : $B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^6}{21 \times 10^{-1}}$.

3. Calculer C et donner le résultat en écriture scientifique.

$$C = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^6}{15 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-5}}$$

4. Donner les écritures décimale et scientifique de

$$D = \frac{3 \times 10^8 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

78 Donner un encadrement par deux puissances de 10 consécutives :

- en nombre d'années, de l'âge de la Terre qui est d'environ 4,5 milliards d'années.
- en mètre, de la largeur d'une bactérie qui peut atteindre 3 μm .
- en Hertz, de la fréquence d'un processeur tournant à 4,1 GHz.

79 1. Écrire un programme qui donne les 10 premières puissances d'un entier a .

Algo & Prog

2. Modifier le programme de la question 1. pour qu'il détermine la plus grande puissance de a inférieure à un nombre b donné.

3. Modifier le programme de la question 1. pour qu'il détermine la plus petite puissance de a supérieure à un nombre b donné.

4. À partir des programmes écrits aux questions 2. et 3., écrire un programme qui détermine la première puissance d'un nombre positif a supérieure ou inférieure à une valeur donnée b .

80 1. Calculer A et donner le résultat sous forme fractionnaire la plus simple possible.

$$A = \frac{14 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-3}}{21 \times 10^3}$$

2. Écrire B sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre entier et n un nombre entier relatif.

$$B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{21 \times 10^{-1}}$$

3. Calculer et donner le résultat en écriture scientifique de

$$C = \frac{5 \times 10^{-3} \times 12 \times 10^6}{15 \times 10^2 \times 8 \times 10^{-5}}$$

4. Donner les écritures décimale et scientifique de

$$D = \frac{3 \times 10^2 \times 1,2 \times (10^{-3})^4}{0,2 \times 10^{-7}}$$

81 Écrire chaque nombre relatif en notation scientifique.

- | | | |
|----------|------------|--------------|
| a) 6540 | b) 0,003 2 | c) - 1 475,2 |
| d) 23,45 | e) -34,3 | f) -0,001 |

82 Écrire chaque nombre relatif en notation scientifique.

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| a) $645,3 \times 10^{-15}$ | b) $0,056 \times 10^{17}$ |
| c) $-13,6 \times 10^{-8}$ | d) -523×10^7 |

83 On donne l'expression numérique

$$A = 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$$

- Donner l'écriture décimale de A.
- Donner l'écriture scientifique de A.
- Écrire A sous la forme d'un produit d'un nombre entier par une puissance de 10.
- Écrire A sous la forme d'une somme d'un nombre entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

84 Calculer chaque expression et donner le résultat en notation scientifique.

$$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$$

$$B = 2\,500\,000\,000^2$$

$$C = \frac{36 \times 10^{15}}{3 \times 10^{-17}}$$

$$D = \frac{-48,8 \times 10^{23}}{-4 \times 10^{15}}$$

85 Une mole de carbone pèse 12 g et est composée de $6,02 \times 10^{23}$ atomes.

Quelle est la masse d'un atome de carbone ?

86 La lumière se propage à la vitesse moyenne d'environ 3×10^5 km par seconde.

Physique

1. Calculer la distance parcourue par la lumière en une année. Utiliser la notation scientifique et arrondir le nombre décimal au dixième.

2. Des astronomes ont observé l'extinction d'une étoile et ils ont estimé que cet événement s'est produit il y a environ 5 000 ans.

Calculer la distance en kilomètres séparant cette étoile de la Terre. Utiliser la notation scientifique.

87 1. Quel est le chiffre des unités de 13^1 ? celui de 13^2 ? de 13^3 ? de 13^4 ? de 13^5 ?

2. Quel est le chiffre des unités de 13^{2000} ?

Calculs avec les quotients

88 Effectuer les calculs suivants en respectant les priorités opératoires.

$$A = \frac{1}{5} \times \frac{-4}{3} + \frac{7}{2}$$

$$B = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$C = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{5}\right) \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3}\right)$$

$$D = -\frac{3}{8} - \frac{5}{8} \times \frac{7}{9}$$

89 Calculer puis simplifier au maximum le résultat.

$$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}$$

$$B = 2 + \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}}$$

$$C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{\frac{7}{5}} + 2$$

$$D = \frac{7}{5} + \frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}} - \frac{19}{2}$$

$$E = \frac{3 - \frac{7}{5}}{1 - \frac{9}{10}}$$

$$F = \frac{7}{-8} + \frac{\frac{5}{6}}{4} - 1$$

90 Le train Marseille-Lille part de la gare de Marseille avec 800 passagers. Un quart d'entre eux voyagent en 1^{re} classe et le reste en 2^{de} classe. Les trois huitièmes des passagers de la 1^{re} classe et le sixième des passagers de la 2^{de} classe descendent en gare de Lyon.



1. Au départ de Marseille, quel est le nombre de passagers en 1^{re} classe ? en 2^{de} classe ?

2. En déduire le nombre de personnes de 1^{re} classe puis de 2^{de} classe descendant en gare de Lyon.

3. Exprimer alors à l'aide d'une fraction simplifiée la proportion des passagers de 1^{re} classe puis de ceux de 2^{de} classe descendant en gare de Lyon par rapport au total des voyageurs.

91 La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

1. Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée (donner le résultat sous la forme d'une fraction) ?
2. Par quelle fraction le périmètre du rectangle initial a-t-il été multiplié, sachant que sa longueur mesure 7 cm et sa largeur mesure 4 cm ?

92 Anne-Cécile rend visite à plusieurs amis à son retour d'Australie. À chaque fois, ses amis lui offrent gentiment un morceau de son gâteau préféré.

Le premier jour, gourmande, elle mange un demi-gâteau chez Sophie. Le lendemain, Marie lui donne un quart de gâteau. Plus raisonnable, le troisième jour, elle prend juste un huitième de gâteau avec Mathieu et, le quatrième jour, un seizième avec Franck.

Le cinquième jour, elle prend juste un trente-deuxième de gâteau chez Hafid, pour lui faire plaisir.

1. Quelle proportion de gâteau a-t-elle mangée en cinq jours ?
2. En continuant ainsi, parviendra-t-elle à manger un gâteau entier ?

93 Le volume V d'un tonneau est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \left[\frac{d}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2} \right) \right]^2$$

1. Calculer le volume de ce tonneau en m^3 . Donner la valeur approchée à $0,001 m^3$ par excès, puis en litres, à 1 litre près par excès, sachant que :

$$L = 1,60 \text{ m}; \quad d = 0,85 \text{ m}; \quad D = 1,34 \text{ m}.$$

2. Un viticulteur décide d'utiliser ce tonneau pour faire fermenter son raisin.

Combien de bouteilles de 75 cL pourra-t-il remplir pour commercialiser son vin rouge ?

94 Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2016 puis le tiers du reste en 2019.

Quelle fraction de sa propriété lui reste-t-il aujourd'hui ?

95 L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %.

Sachant qu'une salle de classe a un volume de $125 m^3$, calculer le volume, en m^3 , de chacun des gaz présents dans cette salle.

Calculs avec les racines carrées

96 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs, avec b le plus petit possible.

$$A = \sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 7\sqrt{8}$$

$$B = \sqrt{20} - 8\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$$

$$C = \sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300}$$

$$D = 5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$$

97 Écrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a , b et c sont des entiers relatifs, avec c le plus petit possible.

$$A = 7 - \sqrt{12} - 8 + 3\sqrt{27}$$

$$B = 3\sqrt{50} - \sqrt{49} + 2\sqrt{8}$$

$$C = 2\sqrt{18} + \sqrt{16} - 7\sqrt{81}$$

98 Écrire les quotients suivants avec un dénominateur entier.

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{7}{2\sqrt{5}}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$

d) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$

99 (Extrait du brevet) Soit $a = 2\sqrt{45}$ et $b = \sqrt{80}$.

1. Calculer $a + b$.

Donner le résultat sous la forme $c\sqrt{d}$ où d est un entier le plus petit possible.

2. Calculer ab .

3. Le nombre a est-il solution de l'équation $x^2 - 2x - 180 = -12$? Justifier.

100 (Extrait du brevet) Soit $a = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ et $b = 5 + \sqrt{2}$.

1. Calculer a^2 et b^2 .

2. En déduire les valeurs de $a^2 + b^2$ et $\sqrt{a^2 + b^2}$.

101 Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$B = \sqrt{18} \left(\sqrt{2} - \frac{\sqrt{18}}{18} \right)$$

$$C = \sqrt{3} (2 - 5\sqrt{3})$$

$$D = 5\sqrt{2} (\sqrt{2} - 7\sqrt{18})$$

$$E = (\sqrt{6} + 2)\sqrt{2}$$

$$F = 2\sqrt{12} (\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$$

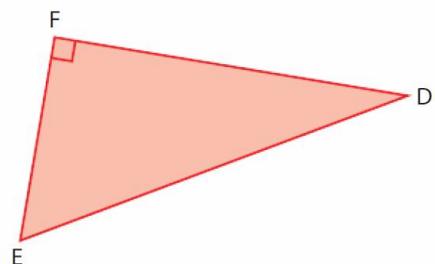
102 Soit ABC un triangle rectangle en A.

1. Calculer la valeur exacte de la longueur du côté [BC] sachant que $AB = 5$ cm et $AC = 7$ cm.

2. Calculer la valeur exacte de la longueur du côté [AB] sachant que $AC = 6$ m et $BC = 11$ m.

103 EDF est un triangle rectangle en F.

On donne $ED = 5\sqrt{2}$ cm et $DF = 3\sqrt{2}$ cm.



1. Déterminer la valeur exacte de EF.

Donner le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier positif.

2. Donner la valeur exacte du périmètre du triangle EDF, puis l'arrondi au millimètre.

104 L'unité choisie est le centimètre.

On considère un rectangle ayant pour longueur $\sqrt{75}$ et pour largeur $\sqrt{48}$.

1. Déterminer le périmètre exact de ce rectangle.

Donner la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant le plus petit possible.

2. Calculer l'aire exacte du rectangle.

Donner la réponse sous la forme la plus simple possible.

Ensembles de nombres

Démonstration

105 1. Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier.

$$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$$

$$B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$$

2. (D'après Brevet.) Démontrer que $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

106 (D'après Brevet)

$$\text{Soit } D = \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}.$$

À quel ensemble le nombre D appartient-il ?

107 (D'après Brevet)

$$\text{On pose } M = \frac{20\,755}{9\,488} - \frac{3}{8}.$$

1. Écrire, en détaillant les calculs, le nombre M sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Le nombre M est-il décimal ?

Est-il rationnel ? Justifier.

109 Quotient et ensemble de nombres

1. Soit $G = \frac{3\,575}{4\,225}$.

Écrire G sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Soit $H = G + \frac{4}{26}$.

À quel ensemble de nombres H appartient-il ?

110 Fraction irréductible

$$\text{Calculer } J = \frac{575}{161} - \frac{45}{21}$$

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

111 Calcul et quotients

1. Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$.

Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. Calculer $B = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$.

3. Déterminer le plus petit ensemble de nombres qui contient A .

4. Même question avec B .

112 Masse d'un atome

Chimie

(D'après Brevet) La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kg.

Les chimistes considèrent des paquets contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes.

1. Calculer la masse, en grammes, d'un tel paquet d'atomes de carbone.

2. Donner une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.



114 Biologie

(D'après Brevet) Le cœur humain effectue environ 5 000 battements par heure.

1. Écrire 5 000 en notation scientifique.

2. Calculer le nombre de battements effectués en un jour, sachant qu'un jour dure 24 heures.

3. Calculer le nombre de battements effectués pendant une vie de 80 ans. On considère qu'une année correspond à 365 jours.

Donner la réponse en notation scientifique.

115 Puissances et nombres entiers

1. Retrouver les nombres entiers positifs non nuls n, m et p tels que $349\,272 = 2^n \times 3^m \times 7^p \times 11$.

2. Retrouver les nombres entiers positifs non nuls r, s et t tels que $36\,288 = 2^r \times 3^s \times 7^t$.

3. On considère $N = 2^3 \times 3^3 \times 7$.

Sans calculer la valeur de N , montrer que N est un diviseur commun à 349 272 et à 36 288.

4. On considère $M = 2^6 \times 3^4 \times 7^2 \times 11$.

Sans calculer la valeur de M , montrer que M est un multiple commun à 349 272 et à 36 288.

116 Géométrie et racines carrées

1. Tracer un carré ABCD de côté 1 cm.

2. Calculer la valeur exacte de la longueur AC.

3. Placer le point E sur [AB] tel que $AE = 3 \times AB$.

Construire le carré AEGH de telle sorte que D soit un point de [AH].

Calculer la valeur exacte de la longueur AG.

4. Montrer que AG est un multiple de AC.

5. Placer le point F sur [EG] de telle sorte que AEFD soit un rectangle.

Calculer la longueur exacte de AF.

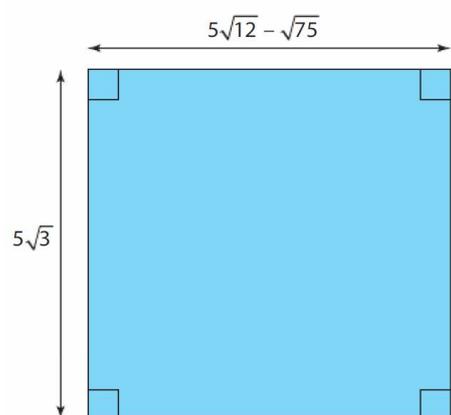
6. Placer sur [AG] le point P tel que $AP = AF$.

La longueur de [AP] est-elle un multiple de celle de [AC] ?

7. Prouver que $CG = \sqrt{8}$ cm.

8. Comparer $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{10}$. (Utiliser l'un des symboles =, < ou >.)

117 Aire et racines carrées



1. Écrire $5\sqrt{12} - \sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant le plus petit possible.

2. Quelle est la nature exacte de ABCD ? Justifier.

3. Déterminer le périmètre de ABCD sous la forme la plus simple possible.

Donner ensuite l'arrondi au millimètre.

4. Déterminer la valeur exacte de l'aire de ABCD.