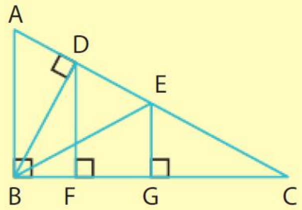
Ressource professeur

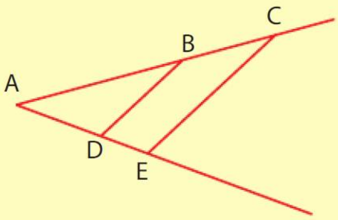
12 Dans la figure ci-contre, déterminer les projetés suivants :

a) du point A sur la droite (BD).
b) du point E sur la droite (BC).
c) du point F sur la droite (AB).



13 Dans un triangle ABC rectangle en A, on a BC = 10 et AB = 6.
Quelle est la longueur du côté AC ?

14 On considère trois points A, B et C alignés tels que : AB = 8 et AC = 12. On place les points D et E sur une même droite passant par A et tels que AD = 5 et les droites (BD) et (CE) sont parallèles.
Quelle est la valeur de la longueur AE ?



15 On considère les points A (–2 ; 3) et B (–4 ; –1).
Déterminer la longueur AB.

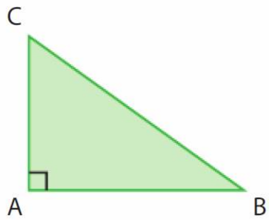
16 On considère les points A (–3 ; 1) et B (–2 ; –4).
Déterminer les coordonnées du milieu du segment [AB].

17 Dans un triangle ABC rectangle en A, on a :
AB = 4, AC = 3 et BC = 5.
Déterminer la valeur du cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$.

18 Dans le même triangle que l'exercice précédent, déterminer la valeur de l'angle $\widehat{BCA}$.

Géométrie plane

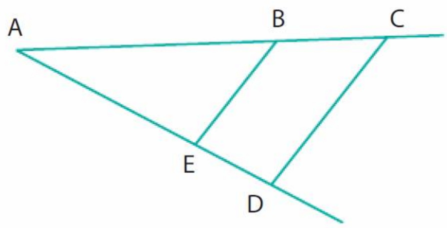
20 On considère un triangle ABC rectangle en A et tel que AC = 15 et BC = 25.



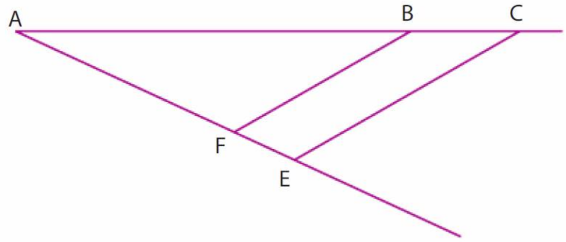
Calculer la valeur exacte de la longueur du côté [AB].

21 Un triangle BCD est tel que BC = 25, BD = 24 et CD = 7.
Déterminer si le triangle BCD est rectangle ou non.

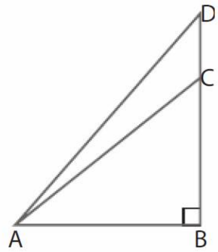
22 On considère trois points A, B et C alignés sur une même demi-droite d'origine A tels que AB = 8 et AC = 12.
Sur une autre demi-droite d'origine A, on place les points D et E tels que (BE) est parallèle à (CD) et AD = 9.
Calculer la longueur AE.



23 Sur deux demi-droites de même origine A, on place les points B, C, E et F tels que AB = 8, BC = 4, AF = 4 et EF = 2.
Déterminer si les droites (BF) et (CE) sont parallèles.



24 Le triangle ABD est rectangle en B et le point C est un point appartenant au segment [BD].
De plus on a AB = 6, AC = 8 et AD = 10.
1. Calculer la longueur BC.
2. Calculer la longueur BD.



25 Les droites (AB) et (CD) sont sécantes en un point M et les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
De plus on a AD = 3, BC = 2 et AM = 3,5.
1. Calculer la longueur BM.
2. On donne CM = 1,8, calculer DM.
3. Soit I et J les milieux respectifs de [MB] et [MC], montrer de (IJ) et (BC) sont parallèles.

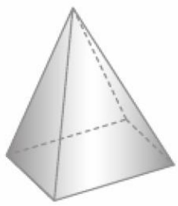
Calculer des longueurs, des aires et des volumes

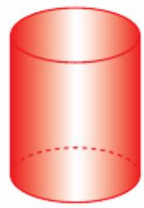
26 Dans un triangle ABC, on a : AB = 9, BC = 12 et AC = 15.
1. Montrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Calculer son aire.

27 On considère les quatre solides suivants.

① Une pyramide de base rectangulaire de longueur 6 cm et de largeur 3 cm, et de hauteur 6 cm.

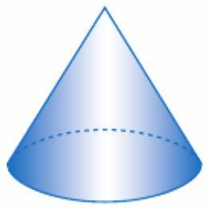
② Un cylindre de rayon 2 cm et de hauteur 3 cm.

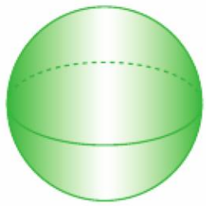




③ Un cône de rayon 3 cm et de hauteur 3 cm.

④ Une boule de rayon 2 cm.



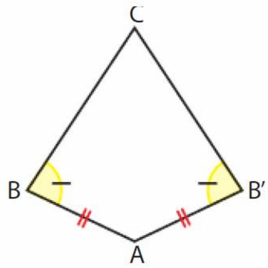


Classer ces quatre solides dans l'ordre croissant de leurs volumes.

Utiliser le projeté orthogonal

28 ABC est un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal de A sur [BC].
1. Montrer que les triangles ABC et AHC sont semblables.
2. De même, montrer que les triangles ABC et AHB sont également semblables.

29 Sur la figure ci-contre, AB = AB′ et $\widehat{ABC} = \widehat{AB'C}$. On appelle H et H′ les projetés orthogonaux du point A respectivement sur (BC) et (B′C). Démontrer que les triangles ABH et AB′H′ sont semblables, puis égaux.



30 1. Tracer une droite *d* et placer un point A n'appartenant pas à *d*.
2. Construire l'ensemble des points situés à 2 cm de *d*.
3. Déterminer les points qui sont à la fois à 2 cm de *d* et à 4 cm de A.
4. Discuter selon la distance du point A à la droite *d*, le nombre de solutions à la question 3.

31 On considère un parallélogramme ABCD tel que B et D ont le même projeté orthogonal sur la diagonale [AC].
1. Réaliser une figure correspondante.
2. Justifier qu'alors (BD) et (AC) sont perpendiculaires.
3. Que peut-on en déduire de la nature de ABCD ?

Utiliser des coordonnées dans un repère

32 On donne les points A(2 ; 3) et B(−1 ; −4)
Déterminer les coordonnées du milieu du segment [AB].

33 On donne les points C (−1 ; −3) et D (3 ; 1).
Déterminer par le calcul la longueur CD.

34 On considère les points A (3 ; −1), B (5 ; 2) et C (7 ; −1).
1. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
2. Donner la nature du triangle ABC.

35 On considère les points A (−2 ; 1), B (−4 ; 4) et C (0 ; −2).
1. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
2. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

36 Dans un repère orthonormé, on place les points A (1 ; −1), B (−2 ; 0), C (0 ; 6) et D (3 ; 5).
1. Déterminer les coordonnées du milieu du segment [AC].
2. Déterminer les coordonnées du milieu du segment [BD].
3. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Utiliser le projeté orthogonal

39 Dans un triangle ABC isocèle en A, on construit les projetés orthogonaux H et K des points B et C respectivement sur les côtés [AC] et [AB].
1. Montrer que les triangles BCH et BCK sont égaux.
2. En déduire que AH = AK, puis que (HK) est parallèle à (BC).

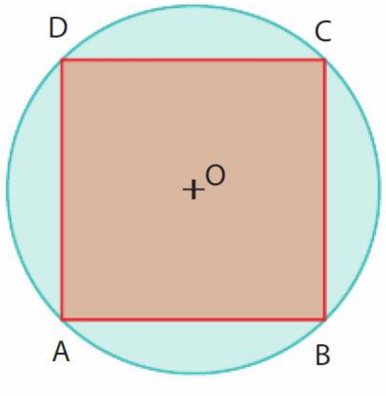
40 On considère le triangle ABC tel que AB = 10,5 AC = 17,5 et BC = 14 et on appelle H le projeté orthogonal du point B sur le côté [AC].
1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Exprimer l'aire de ce triangle de deux façons.
3. En déduire la longueur BH.

41 On considère un rectangle ABCD avec AB = 6 et BC = 3. On projette orthogonalement le point B sur (AC) en un point H
1. Calculer l'aire du triangle ABC.
2. Déterminer la longueur de la diagonale [AC].
3. En déduire la longueur BH.

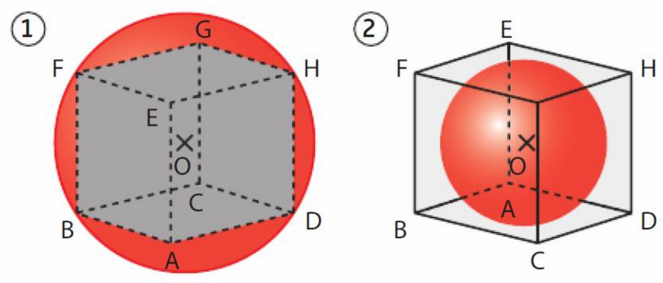
42 On considère deux droites *d* et d′ sécantes en un point O et un point A n'appartenant ni à *d*, ni à *d′*. On projette le point A sur la droite *d* en un point H et sur *d′* en un point K. La droite (AH) coupe *d′* en un point B et la droite (AK) coupe la droite d en un point C.
1. Réaliser la figure correspondante.
2. Démontrer que les droites (AO) et (BC) sont perpendiculaires.

Calculer des longueurs, des aires et des volumes

47 On considère un carré ABCD de centre O et de côté 4 cm, et un disque de centre O passant par les quatre sommets du carré.
1. Calculer l'aire du carré.
2. Calculer le rayon du disque.
3. Calculer l'aire du disque.
4. En déduire l'aire turquoise comprise entre le disque et le carré.



48 Soit un cube d'arête 2 cm.
1. Calculer le volume de la sphère circonscrite au cube.
2. Calculer le volume de la sphère inscrite dans le cube.



49 On dispose d´une sphère de diamètre 4 cm remplie d´eau dont on transvase le contenu dans un cylindre de révolution de diamètre de base 4 cm et de hauteur 4 cm. Quelle est la hauteur atteinte par l´eau dans le cylindre ?

50 Une boite de quatre balles de tennis est un cylindre de hauteur 26 cm. EPS

1. Calculer le diamètre d'une balle de tennis.
2. En déduire le rayon de la boîte.
3. Calculer le volume de la boîte.
4. Calculer le volume d'une balle de tennis.
5. En déduire le volume de l'espace vide.

Utiliser la trigonométrie

51 Dans un triangle ABC rectangle en C, on donne AB = 8 et AC = 4.
1. Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$.
2. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{CAB}$.
3. Calculer la longueur BC par deux méthodes différentes.

52 On considère un losange ABCD de centre le point O tel que AB = 5 et AC = 6.
1. Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{ADO}$.
2. Déterminer la longueur BO.
3. Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{BAD}$.

53 Dans triangle ABC rectangle en A tel que AB = 5, on place un point D sur le segment [AB] tel que AD = 3 et $\widehat{ADC} = 60°$.
1. Calculer la longueur CD.
2. Calculer la longueur AC.
3. Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$.

Utiliser les coordonnées

Pour les exercices suivants, on se place dans un repère orthonormé (O ; I ; J)

54 On considère les points A(−2 ; 1), B(2 ; 3) et C(−3 ; 3).
1. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
2. En déduire la nature du triangle ABC.

55 On considère les points A(6 ; 1), B(7 ; 5) et C(−2 ; 3).
1. Déterminer la nature du triangle ABC.
2. Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$.

56 On considère les points A(2 ; −1), B(4 ; 5) et C(−7 ; 2).
1. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment [BC].
2. Calculer les longueurs MA, MB et MC.
3. En déduire la nature du triangle ABC.

57 Déterminer la nature du triangle ABC dans chacun des cas suivants.

a) A(4 ; 1), B(−1 ; 5) et C(−2 ; −1).
b) A(6 ; −5), B(−1 ; −4) et C(−0,5 ; −0,5).
c) A(−2 ; 4), B(4 ; 0) et C(−3 ; −4).

58 On considère les points A(−2 ; −3), B(2 ; −2), C(−1 ; 1) et D(3 ; 2).
Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.

59 On considère les points A(5 ; 1), B(−1 ; 5), C(1 ; 8) et D(7 ; 4).
1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

60 On considère les points A(1 ; 2), B(−6 ; 3), C(6 ; 7) et D(−1 ; 8).
Déterminer la nature du quadrilatère BACD.

61 On donne les points A(2 ; −3) et B(−3 ; −1).
Déterminer les coordonnées du point C symétrique de A par rapport à B.

62 On considère les points A(1 ; 4), B(4 ; 6) et C(2 ; 3).
Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

63 Soit A(−2 ; 5), B(0 ; 9) et D(8 ; 0).
1. Déterminer les coordonnées du point C tel que ABCD soit un parallélogramme.
2. Montrer que ABCD est un rectangle.

64 On donne le point A (−3 ; 2). Déterminer la distance du point A aux deux axes du repère.

65 On considère les points A(−5 ; 0), B(3 ; −4) et C(2 ; 4).
1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2. Calculer les longueurs OA et OB.
3. En déduire que la droite (OC) est la médiatrice du segment [AB].
4. En déduire la nature du triangle OAB.

66 On considère les points A(1 ; 2), B(3 ; −1) et C(−1 ; −1).
1. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
2. En déduire la nature du triangle ABC.
3. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment [BC].
4. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D symétrique de A par rapport à I.
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.

67 On considère les points A(0 ; 12), B(−9 ; 0) et C(16 ; 0)
1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment [BC].
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un rectangle.

68 On considère les points D(−2 ; −1), E(15 ; −1) et F(11 ; $2\sqrt{13}-1$).
1. Montrer que le triangle DEF est rectangle.
2. Donner une valeur approchée arrondie à l'unité de l'angle $\widehat{EDF}$.

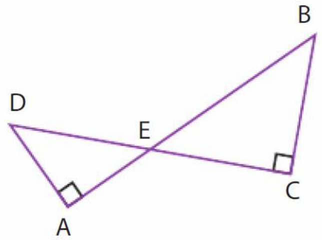
69 Que fait l'algorithme, écrit en python suivant ? **Algo & Prog**

```python
xa=float(input("xa="))
xb=float(input("xb="))
ya=float(input("ya="))
yb=float(input("yb="))
xm=(xa+xb)/2
ym=(ya+yb)/2
print(xm)
print(ym)
```

70 Que donne le programme écrit en python suivant ? Justifier. **Algo & Prog**

```python
import math
def D(xa,ya,xb,yb):
    d = math.sqrt((xb-xa)**2+(yb-ya)**2)
    return d
```

71 Sur la figure ci-contre, les droites (AB) et (CD) se coupent en un point E. Les triangles EAD et BCE sont rectangles et de plus :
BC = 5, BE = 7 et AE = 4.



1. Calculer la valeur en degré, arrondie à 0,1, de l'angle $\widehat{BEC}$.
2. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{AED}$.
3. Calculer la longueur DE, arrondie à 10^{-1}.

72 On considère les points A(–3 ; –1), B(1 ; –1), C(1 ; 3) et D(–3 ; 3).
1. Démontrer que ABCD est un carré.
2. Calculer les coordonnées des milieux E du segment [AD], F de [CD], G de [AB] et H de [BC].
3. Calculer le rayon du cercle de centre E passant par F et G.
4. On appelle K le point d'intersection du cercle et du segment [EH].
En déduire le rayon du cercle qui touche le carré et le cercle précédent.

77 Longueur constante

TICE

Dans un triangle ABC rectangle et isocèle en A, on construit le milieu I du segment [BC] et un point M quelconque et variable sur le segment [BC].
La droite parallèle à la droite (AI) passant par M coupe la droite (AB) en E et la droite (AC) en F.
1. Déterminer la nature des triangles MEB et MFC.
2. En déduire que la distance ME + MF est constante et donner sa valeur.

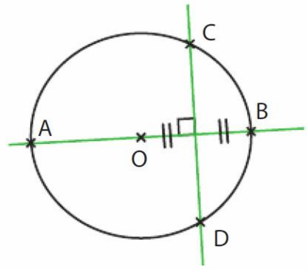
Démonstration

81 Aires de triangles

Dans un repère orthonormé (O ; I, J), on considère les points A(–2 ; –1), B(–4 ; 3) et C(2 ; 6).
1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
2. On appelle D le symétrique du point B par rapport au milieu du segment [AC].
Démontrer que ABCD est un rectangle.
3. Calculer l'aire du triangle ABC.
4. La droite perpendiculaire à (AC) passant par le point B coupe (AC) en H.
5. À l'aide de l'aire du triangle ABC, en déduire la longueur BH.
6. Calculer alors la longueur CH.

82 Dans un cercle

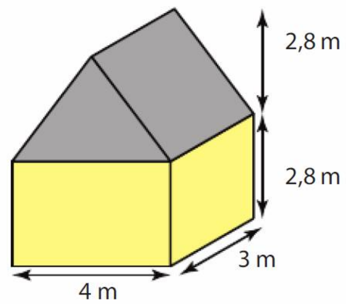
1. Quelle est la médiatrice du segment [OB] ?
Justifier.
2. Expliquer pourquoi OD = DB = OB.



3. Justifier la nature du quadrilatère ODBC.

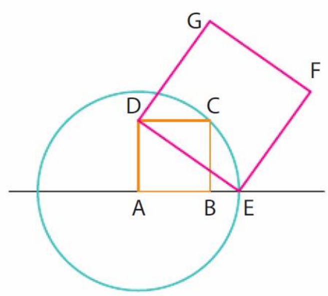
83 Maquette d'un abri de jardin

Un abri de jardin est représenté en perspective cavalière.



1. Construire le patron d'une maquette de cet abri à l'échelle 1/100e.
2. Calculer son volume.

84 ABCD est un carré de côté 10.
On trace le cercle de centre A et passant par le point C.
Le point E est l'intersection du cercle avec la droite (AB).
On construit le carré DEFG.
1. Calculer la longueur AC.
2. En déduire la longueur DE.
3. Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.



85 Sur la piste…

On considère un segment [AB] de longueur 6 cm. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui sont à une distance de 3 cm du segment [AB]

86 Appartenance ou pas

1. Le point A(2 ; 3) appartient-il au cercle de centre C (5 ; 7) et de rayon 5 ?

2. Le point B(9 ; 1) appartient-il à la médiatrice du segment [AC] ?

3. Le point D(7 ; 4) est le milieu du segment [BC] ?

4. Le point E(–5 ; 5) appartient-il à la droite (AB) ?

87 Repères non orthonormés

On considère un parallélogramme ABCD. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [AD]. On considère le repère (A ; B, D).

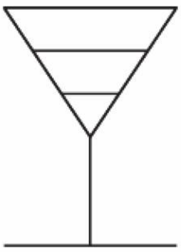
1. Donner les coordonnées de tous les points de la figure.

2. Démontrer alors que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

Remarque Ce résultat est toujours vrai, il s'agit du théorème de Varignon.

92 Masses volumiques Physique-Chimie

Dans un verre à pied de forme conique, on verse un volume de mercure, un volume d'eau et un volume d'huile de telle manière que l'épaisseur de chacun des liquides dans le verre soit la même.

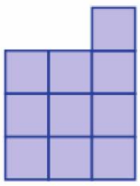


1. Sachant que la masse volumique du mercure est 13,59 g/cm^3, celle de l'eau 1 g/ cm^3 et celle de l'huile 0,9 g/cm^3, déterminer la masse de chacun des trois liquides dans le verre.

2. Classer les trois liquides de la masse la plus importante à la masse la plus faible et schématiser la superposition obtenue. On représentera l'huile en jaune, le mercure en gris et l'eau incolore.

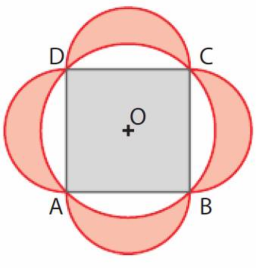
93 Découpage astucieux

Recopier la figure ci-contre sur du carton. Chaque carré a pour côté 1 cm.
Découper la figure obtenue en faisant seulement deux coups de ciseaux et recoller les morceaux pour obtenir un nouveau carré.



94 Surface de croissants

ABCD étant un carré de centre O et de côté a, calculer en fonction de a l'aire de la surface coloriée en rouge comprise entre le cercle de centre O et les demi-cercles de diamètres [AB], [BC], [CD] et [DA].



96 Somme constante

On place un point M quelconque à l'intérieur d'un triangle équilatéral ABC. Démontrer que la somme des distances du point M aux côtés du triangle reste constante et est égale à la longueur de la hauteur du triangle ABC.

97 Identification d'un quadrilatère

On considère les points A$(2 ; \sqrt{2})$, B$(1 ; -2)$, C$(-\sqrt{2} ; 1+\sqrt{2})$ et D$(-1-\sqrt{2} ; -1)$

1. Faire une figure et conjecturer la nature du quadrilatère ABDC.

2. Calculer les longueurs AB, BD, CD et AD.

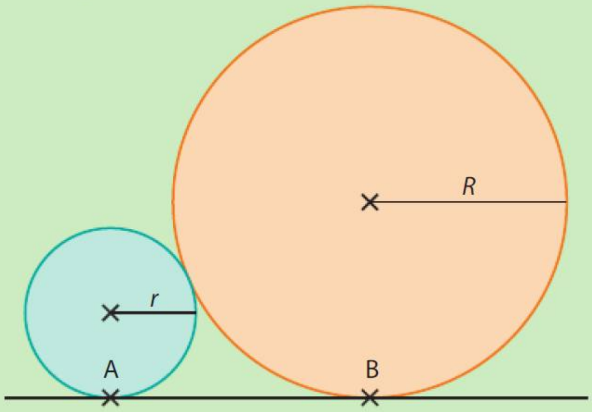
3. Peut-on alors conclure sur la nature du quadrilatère ABDC ?

4. Quelles sont les deux longueurs à calculer pour pouvoir conclure ?
Vérifier.

5. Déterminer les coordonnées du centre du quadrilatère ABCD.

98 Spécialité Maths

Deux cercles sont tangents à une droite (AB) et également entre eux. Leurs rayons respectifs sont r et R. Montrer que $AB^2 = 4\,r\,R$



100 Spécialité Maths

On dispose une sphère de rayon R et huit autres sphères de rayon r sur une table selon les figures suivantes.

Montrer que $\dfrac{R}{r} = 2 - \sqrt{2}$