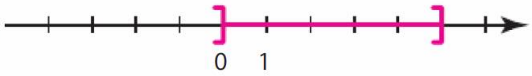
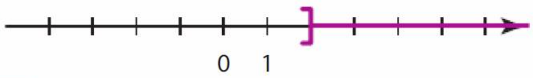
Intervalles

30 On considère des droites graduées sur lesquelles on a marqué des ensembles de nombres.
Donner l'intervalle correspondant.

a) 

b) 

c) 

d) 

31 Représenter sur une droite graduée et décrire, à l'aide d'un intervalle, chacun des ensembles de nombres réels x tels que :
a) $0 \leqslant x \leqslant 3$ **b)** $-2 < x < 1$
c) $x \leqslant 9$ **d)** $x > -3{,}5$

32 Représenter sur une droite graduée chacun des intervalles suivants.
a) $]1\,;6]$ **b)** $[-0{,}5\,;3{,}2]$
c) $]-\infty\,;2]$ **d)** $[0\,;+\infty[$

33 Écrire les inégalités vérifiées par les réels x pour chacun des cas suivants.
a) $x \in [0\,;1{,}2]$ **b)** $x \in \left]-\frac{5}{3}\,;3\right]$
c) $x \in [4{,}73\,;+\infty[$ **d)** $x \in]-\infty\,;0[$

34 Recopier et compléter par $\in$ et $\notin$.
a) $1{,}4$ ... $[0\,;7]$ **b)** $-\pi$ ... $]-3\,;-1[$
c) 6 ... $\left[\frac{7}{3}\,;+\infty\right[$ **d)** -3 ... $]-\infty\,;-3{,}5[$

35 Sans calculatrice, dire si $\frac{2}{3}$ appartient aux intervalles suivants.
a) $\left]0\,;\frac{4}{5}\right]$ **b)** $\left[\frac{3}{5}\,;1\right]$ **c)** $\left[\frac{1}{3}\,;\frac{2}{5}\right]$

36 Soit $I = [-6\,;8]$ et $J =]2\,;100[$.
Dire si chacun des nombres suivants appartient à I, à J, à $I \cap J$, à $I \cup J$.
a) -10 **b)** -6 **c)** $-0{,}5$ **d)** 2
e) $8{,}1$ **f)** $99{,}9$ **g)** $1\,000$ **h)** 0

37 Déterminer l'intersection et la réunion des intervalles suivants.
a) $[20\,;25[$ et $[14\,;21[$ **b)** $]-\infty\,;7{,}5]$ et $[10\,;22]$
c) $]-1\,;+\infty[$ et $]-\infty\,;1[$ **d)** $]0\,;1]$ et $[0{,}5\,;0{,}7]$

38 Simplifier, lorsque c'est possible, l'écriture des ensembles suivants.
a) $[-1\,;3{,}5] \cap [1{,}7\,;7]$ **b)** $]-\infty\,;-\pi] \cup [-3\pi\,;\pi[$
c) $[-7{,}1\,;2] \cap [2\,;+\infty[$ **d)** $[-5\,;0] \cup [3\,;+\infty[$

Inégalités

39 Soit x un réel tel que $x \leqslant 1\,000$.
Que peut-on en déduire pour :
a) $1{,}5x$? **b)** $\frac{x}{50}$? **c)** $-\frac{1}{10}x$? **d)** $x - 30$?

40 Soit $m \in [-\infty\,;4]$. Que peut-on en déduire pour $3m$ et $2m - 1$?

41 Soit x un nombre réel tel que $2 \leqslant x \leqslant 4$.
Donner un encadrement des expressions suivantes.
a) $x - 10$ **b)** $1{,}5x$ **c)** $x + 15$ **d)** $-4x$

42 Soit a un nombre réel tel que $-3 \leqslant a \leqslant 1{,}5$.
Donner un encadrement des expressions suivantes.
a) $a + 5$ **b)** $2a$ **c)** $\frac{a}{3}$
d) $2a - 8$ **e)** $-4a + 1$ **f)** $\frac{a+3}{2}$

43 Soit t un nombre réel tel que $3 < t$.
Que peut-on dire du résultat des expressions suivantes ?
a) $2t + 1$ **b)** $-3t$ **c)** $-\frac{t}{2}$ **d)** $6 - t$

44 On sait que $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.
Sans calculatrice, donner un encadrement des nombres suivants.
a) $2\sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{2} - 0{,}5$ **c)** $\sqrt{2} + 3$ **d)** $5 - 2\sqrt{2}$

Équations du 1er degré AP

46 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $x - 7 = 4$ **b)** $2x = 13$ **c)** $9 - x = 5$ **d)** $4x = 0$

47 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $3x + 5 = 4x - 7$ **b)** $2x - 9 = 8x + 3$
c) $-2x + 3 = 3x - 1$ **d)** $5 - 2x = x$
e) $1 + \frac{3}{10}x = 4 - \frac{2}{5}x$ **f)** $x^7 + 3x - 2 = 7x + 4 + x^7$

48 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.
a) $4x - 5 = 9x + 4$ **b)** $\frac{5}{4}x = \frac{25}{16}$
c) $x^2 + 3 - x = x^2 + 10x - 7$ **d)** $5x = 5(x - 2) + 3$
e) $\frac{1}{2} + 4x = 5 - \frac{6}{7}x$ **f)** $(x - 7)^2 = (x + 4)^2$

Inéquations du 1er degré

50 On considère l'inéquation $-4x - 40 > 60$ d'inconnue réelle x.
En écrivant les opérations effectuées à chaque étape sur les deux membres, résoudre cette inéquation.

51 Même exercice que le précédent pour les inéquations suivantes.
a) $4x + 5 \leqslant -x + 100$ **b)** $x - 10 \leqslant 4x + 23$

52 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

a) $2x + 2 \leqslant 10$ **b)** $4x + 5 < -25$

c) $-2x + 6 \leqslant 0$ **d)** $-3x - 7 \geqslant 101$

53 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

a) $3x + 2 \leqslant x - 14$ **b)** $-2x - 5 > 4x + 31$

c) $9x + 19 \leqslant -x + 51$ **d)** $-3x + 5 < -x + 17$

54 Donner, sous forme d'intervalle, l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.

a) $2(x + 1) - 7x > 5 - x$ **b)** $4x + 5 \leqslant 3(x - 1) + 3$

c) $3(x + 4) > 0$ **d)** $\dfrac{x - 5}{2} \leqslant 0$

Modélisation

63 Rémi a gagné au loto : il a le choix entre deux lots :

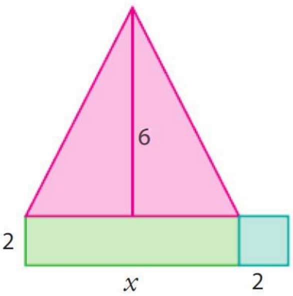
- une somme de 100 000 euros puis 1 400 euros par mois à vie.
- une somme de 5 000 euros puis 2 000 euros par mois à vie.

Il cherche à savoir au bout de combien de mois écoulés la deuxième offre devient plus intéressante.

1. En notant x le nombre de mois, modéliser le problème par une inéquation.

2. Résoudre le problème.

64 On considère la figure ci-contre.
Les longueurs sont en cm.
On souhaite que l'aire de cette figure dépasse 50 cm².
Modéliser ce problème par une inéquation puis le résoudre.



Valeurs absolues

65 Calculer.

a) $|-4|$ **b)** $|3{,}8|$ **c)** $\left|-\dfrac{100}{3}\right|$

d) $|5 - 6|$ **e)** $|\sqrt{17} - 2|$ **f)** $|2 - \sqrt{17}|$

66 Sans calculatrice, simplifier :

a) $|4| + |-3|$ **b)** $|1{,}2| - |-1{,}2|$

c) $\dfrac{|5 - 8| - 3}{2}$ **d)** $2|4 - 10| + |7 - 5|$

67 **1. a)** Sur une droite graduée, placer les nombres 5 et $\dfrac{1}{3}$.

b) Calculer la distance entre 5 et $\dfrac{1}{3}$.

2. Reprendre la question **1.** avec 3 et $-\dfrac{4}{5}$.

3. Reprendre la question **1.** avec -1 et $-\dfrac{4}{5}$.

68 À l'aide d'une valeur absolue, écrire la distance entre :

a) $\dfrac{125}{3}$ et 2 **b)** $\sqrt{2}$ et 5

c) -5 et $\dfrac{12}{5}$ **d)** π et 4

69 Sans calculatrice, simplifier :

a) $|5 - \pi|$ **b)** $\left|8 - \dfrac{2}{3}\right|$ **c)** $\left|2 - \dfrac{9}{2}\right|$

d) $|-1 - 8|$ **e)** $|-5 - \pi|$ **f)** $\left|\dfrac{1}{2} + 6\right|$

70 De la même façon que $|x - 3|$ représente la distance entre le nombre réel x et 3, exprimer en termes de distance :

a) $|x - 100|$ **b)** $\left|x - \dfrac{1}{3}\right|$

c) $|x + 5|$ **d)** $|1{,}35 - x|$

e) $|-7 - x|$ **f)** $|\pi - x|$

74 Utiliser les intervalles (on pourra utiliser le symbole de réunion) pour décrire, si possible, les ensembles de nombres x tels que :

a) $x < 1$ et $x \geqslant -3$ **b)** $x \leqslant -2$ ou $x > 1$

c) $x \leqslant 3{,}5$ ou $x < -1$ **d)** $x \geqslant \pi$ et $x \leqslant 3$

75 Les propositions conditionnelles suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Logique**

a) Si $\dfrac{1}{4} < x$ alors $0{,}2 < x$

b) Si $x < \pi$ alors $x < 3{,}1$

c) Si $x \in [0{,}8 ; 2]$ alors $x \in [0{,}7 ; 1]$

d) Si $x \in \left[\dfrac{1}{3} ; \dfrac{2}{3}\right]$ alors $x \in [0 ; 1]$

76 On considère le programme suivant. **Algo & Prog**

```
x=float(input("Saisir une valeur de x:"))
if x<=-1 or x>=3:
    print("Gagné!")
else:
    print("Perdu...")
```

1. Donner l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le programme affiche `Gagné!`

2. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche `Gagné!` si le nombre appartient à $]-\infty ; 4[\cup]5 ; +\infty[$ et `Perdu...` sinon.

3. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche `Gagné!` si le nombre appartient à $[0 ; 4[$ et `Perdu...` sinon.

Inégalités et comparaison

78 Soit x un nombre réel tel que $0 \leqslant x \leqslant 12$.
À quel intervalle appartient le résultat de chacune des expressions suivantes ?

a) $\dfrac{2x + 8}{5}$ **b)** $4x$ **c)** $\dfrac{8 - x}{2}$ **d)** $10 - 0{,}2x$

79 m est un nombre dont une valeur approchée à 10^{-2} près est 10,54.

1. Donner un encadrement de m à l'aide de deux nombres ayant trois chiffres après la virgule.

2. En déduire un encadrement de 1 000 m.

80 **1.** Calculer la valeur exacte du périmètre p d'un cercle de rayon 10 m.
2. Donner un encadrement de p en utilisant l'encadrement :
a) $3,1 < \pi < 3,2$ **b)** $3,1415 < \pi < 3,1416$.
3. Quel encadrement de π faut-il prendre pour obtenir p avec une précision de 1 cm ?

81 En 2018, pour Mme Lucas dont le revenu brut global R appartient à l'intervalle [27 086 ; 72 617] (en euros), le montant de l'impôt est donné par la formule :
$$I = 0,3R - 5\,706,74$$
Donner un encadrement du montant de l'impôt de Mme Lucas.

83 Un conducteur ohmique **Physique Chimie**
de résistance $R = 40\,\Omega$ est traversé par un courant électrique d'intensité $I = 90$ mA mesurée à 1 % près.
Que peut-on dire de la tension U aux bornes du conducteur ohmique sachant que $U = RI$ (où U est en volts, Ω en ohms et I en ampères) ?

85 Soit a et b deux nombres réels tels que $a < 7$ et $b < 8$. Que peut-on en déduire pour :
a) $a + b$? **b)** $2a + b$? **c)** $a + 3b$?

86 Soit x et y deux nombres réels tels que $1,4 \leqslant x \leqslant 3,2$ et $0 \leqslant y \leqslant 1$. Que peut-on en déduire pour :
a) $x + y$? **b)** $x + 3y$? **c)** $x - y$? **d)** $2x - 3y$?

87 La largeur ℓ et la longueur L d'un rectangle sont telles que $2,4 \leqslant \ell \leqslant 2,5$ et $5,54 \leqslant L \leqslant 5,56$.
1. Donner un encadrement du périmètre p de ce rectangle.
2. Donner un encadrement de p entre deux nombres décimaux ayant une décimale.

88 **1.** A, B et C sont trois nombres strictement positifs tels que A > B > C. Comparer :
a) $\frac{A}{B}$ et 1 **b)** $\frac{C}{B}$ et 1.
2. a) Comparer $3\sqrt{2} + 4$ et 7 sachant que $\sqrt{2} > 1$.
b) $\frac{3\sqrt{2} + 4}{7}$ est-il supérieur à 1 ?
3. x est un nombre réel supérieur ou égal à 1.
Que peut-on dire de $\frac{2x + 3}{2x + 7}$ par rapport à 1 ?

89 On considère les deux programmes **Algo & Prog** suivants.

Programme 1
```
t=float(input("Saisir t : "))
y=4*t
x=y+2
print(x)
```

Programme 2
```
t=float(input("Saisir t : "))
r=t+6
x=0.5*r
print(x)
```

Comparer les résultats affichés selon les valeurs de t si on rentre la même valeur de t dans les deux programmes.

90 **1.** Quel est le signe (positif ou négatif) de x^2 suivant les valeurs de x ?
2. Comparer $2 + x + x^2$ et $1 + x$.

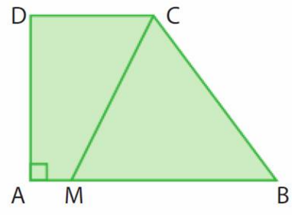
Inéquations du 1er degré et problèmes

91 Donner, sous forme d'intervalle, l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.
a) $\frac{5}{2}x + 4 > x + 6$ **b)** $\frac{14}{3}x \leqslant 2x - \frac{1}{3}$
c) $\frac{7}{9}x + 4 \geqslant \frac{1}{3}x - 3$ **d)** $-\frac{1}{2}x - 1 < \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}$

94 Donner l'ensemble des solutions des inéquations suivantes.
a) $3x + 5 \leqslant 4 + 3x$ **b)** $5x - 2 > 5(x - 3) + 1$.

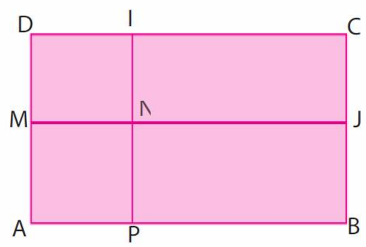
95 Le cours d'une action a augmenté de 30 % en un an. Elle vaut maintenant 162,5 euros. Combien valait-elle un an auparavant ?

97 Un pré est représenté par un trapèze rectangle ABCD tel que AB = 12, AD = 8 et DC = 5 en dam.



On souhaite partager ce pré par un segment [CM] où M est un point du segment [AB] en deux parcelles ADCM et CBM.
On pose AM = x.
1. Déterminer la valeur de x pour que les deux aires soient égales.
2. Pour quelle valeur de x l'aire de ADCM est-elle supérieure à celle de CBM ?

98 ABCD est un rectangle tel que AB = 5 cm et AD = 3 cm. M est un point du segment [AD] On place alors les points P sur [AB] et N tel que AMNP soit un carré.
Le point I est l'intersection de (PN) et (CD) et le point J est celle de (BC) et (MN).



1. À quelle distance du point A faut-il placer M pour que les aires de AMNP et CJNI soit égale ?
2. À quelle distance du point A faut-il placer M pour que le périmètre de NICJ soit supérieur à 10 ?

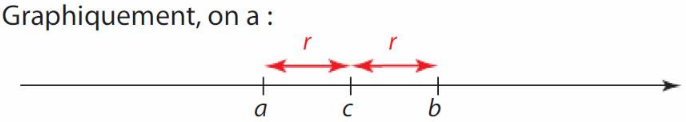
99 Clara a eu quatre contrôles ce trimestre. Elle a eu 10/20 et 15/20 aux deux premiers. Sachant qu'elle a obtenu la même note aux contrôles 3 et 4 et que sa moyenne trimestrielle est supérieure à 14, quelles sont les notes possibles de Clara aux deux derniers contrôles ?

Valeurs absolues

100 Déterminer l'ensemble (sous forme d'intervalle) des réels x vérifiant :
a) $|x-10| \leqslant 1$ **b)** $|x-2{,}5| \leqslant 0{,}2$ **c)** $\left|x-\dfrac{1}{2}\right| \leqslant \dfrac{5}{2}$

101 Déterminer l'ensemble (sous forme d'intervalle) des réels x vérifiant :
a) $|x+5| \leqslant 3$ **b)** $|x+1| \leqslant 2$ **c)** $|x-3| < 1$

102 On considère un intervalle $[a\,;b]$ avec a et b deux nombres réels.
On appelle **centre** de l'intervalle $[a\,;b]$ le nombre $c=\dfrac{a+b}{2}$
et **rayon** de l'intervalle $[a\,;b]$ le nombre $r=\dfrac{b-a}{2}$.
Graphiquement, on a :



1. a) Calculer le centre et le rayon de $[2\,;6]$.
b) Traduire $|x-4|$ en termes de distance entre deux réels.
c) Recopier et compléter : $x \in [2\,;6] \Leftrightarrow |x-4| \leqslant \ldots$
2. De la même manière, recopier et compléter :
a) $x \in [1\,;25] \Leftrightarrow |x-13| \leqslant \ldots$
b) $x \in [6\,;20] \Leftrightarrow |x-\ldots| \leqslant \ldots$
c) $x \in [1{,}2\,;3] \Leftrightarrow |x-\ldots| \leqslant \ldots$

103 Écrire une inégalité vérifiée par x et utilisant une valeur absolue dans les cas suivants.
a) $x \in [-4\,;5]$ **b)** $x \in [0\,;1{,}1]$ **c)** $x \in \left[\dfrac{1}{3}\,;\dfrac{2}{3}\right]$

104 Écrire une inégalité vérifiée par x dans les cas suivants.
a) $|x-4| \leqslant 10$ **b)** $|x+2| \leqslant 8$ **c)** $|x+5| \leqslant \dfrac{1}{3}$

110 Résoudre le problème suivant. **Problème ouvert**
Le groupe écrira un compte-rendu détaillant la démarche effectuée et une conclusion au problème.

Lou et Harry ont délimité chacun leur jardin de forme rectangulaire.
Le jardin de Lou mesure 6 mètres sur 5 et celui de Harry mesure 2 mètres sur 12,5.
Ils envisagent chacun d'augmenter les côtés (longueur et largeur) de leur jardin d'une même mesure de x mètres comprise entre 50 cm et 5 m.
Comparer les surfaces des jardins de Lou et Harry suivant les valeurs de x.

115 Distances et valeur absolue — Algo & Prog

On considère l'expression $A=|x-2{,}5|$.
1. Que vaut A si on remplace x :
a) par 5 ?
b) par −7 ?
2. A-t-on $|x-2{,}5|=x+2{,}5$ pour tout réel x ? Justifier.
3. On donne l'algorithme suivant. Le compléter pour qu'il calcule et affiche la distance entre x et 2,5.

```
x=float(input("Saisir x :"))
if x>=...:
    distance=...
else:
    distance=...
print(distance)
```

116 Écriture d'un programme — Algo & Prog

1. On considère l'inéquation $ax+b<c$ où a, b, c sont des nombres réels et a est non nul ainsi que l'algorithme incomplet suivant.

```
Saisir a
Saisir b
Saisir c
solut ←(c-b)/a
Si a < 0
  Afficher "S=]solut;+infini["
sinon
  Afficher ...
Fin si
```

a) Exécuter cet algorithme (sans tenir compte des pointillés) en choisissant $a=-5$; $b=9$ et $c=104$.
Que va-t-il afficher ?
b) Réécrire et compléter l'algorithme ci-dessus qui demande à un utilisateur les valeurs de a, b et c de l'inéquation et qui renvoie l'ensemble des solutions de cette inéquation.
2. Écrire un algorithme donnant l'ensemble des solutions de l'inéquation $ax+b<cx+d$ où a, b, c et d sont des nombres réels (attention à faire en sorte de traiter tous les cas possibles).

121 Valeurs absolues et intervalles

1. Expliquer graphiquement pourquoi $|X| \leqslant r \Leftrightarrow -r \leqslant X \leqslant r$.
2. Montrer que $|x-a| \leqslant r \Leftrightarrow x \in [a-r\,;a+r]$.

122 Systèmes d'inéquations

On considère le système d'inéquations suivant.

$$\begin{cases} 3x+100>172 \\ 100+50x \geqslant 75x-627 \end{cases}$$

Trouver les nombres entiers naturels pairs solutions de ce système.

Vers la 1re — Orientation

124 **Spécialité Maths**

Dans un repère (O, I, J), tracer l'ensemble des points dont les coordonnées $(x\,;y)$ vérifient $y=|x|$.