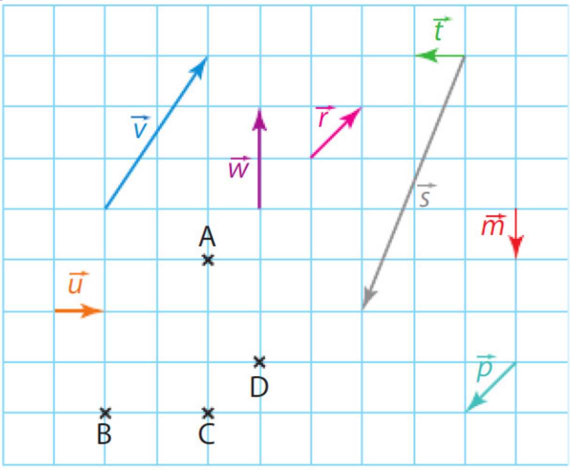
36 **1.** À partir de la figure, citer un vecteur :

a) opposé à $\overrightarrow{CD}$.

b) de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$.

c) de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire.

d) égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$.



2. Placer les points E, F, G et H, images respectives du point A par les translations de vecteurs suivants.

a) $\vec{w}$ **b)** $\vec{v}$ **c)** $\vec{p}$ **d)** $\vec{m}$

3. Placer les points I, J, K et L, images respectives du point B par les translations de vecteurs suivants.

a) $\vec{r}$ **b)** $\vec{u}$ **c)** $\vec{w}$ **d)** $\vec{m}$

38 Soit A, B et C trois points.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$.

3. Que peut-on dire du point C ? Justifier.

39 **1.** Construire un parallélogramme ABCD de centre O. Nommer I le milieu de [OC].

2. Construire A′ le symétrique de A par rapport à D et O′ le symétrique de O par rapport à B.

3. a) Démontrer que $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{DB}$.

b) Démontrer que $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OO'}$.

c) En déduire que I est le milieu de [A′O′].

40 **Logique**

1. Indiquer si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses.

2. Lorsqu'elles sont fausses, dessiner un contre-exemple.

3. Écrire la réciproque de chacune des affirmations suivantes, puis dire si elles sont vraies ou fausses.

a) Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

b) Si AB = CD alors ABDC est un parallélogramme.

c) Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ alors A, B et C sont alignés.

d) Si AB = BC alors B est le milieu de [AC].

e) Si (AD) // (BC) alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

42 Même exercice que le précédent avec :

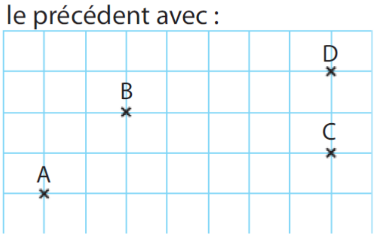
a) $-\overrightarrow{BA}$

b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$

c) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

d) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA}$

e) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$



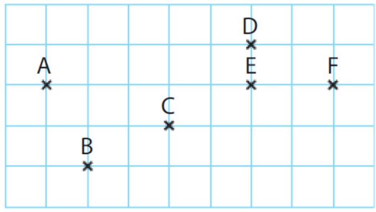
43 Même exercice que le **41** avec :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EF}$

c) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{FE}$

d) $\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{AD}$

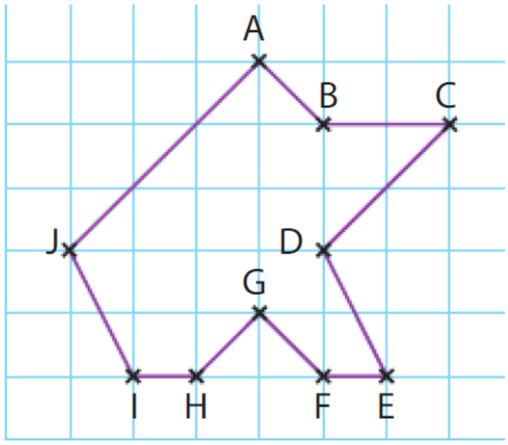


44 En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

a) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{HI}$ **b)** $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{CB}$ **c)** $\overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{EI}$

d) $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GH}$ **e)** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC}$ **f)** $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{FE}$

g) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$ **h)** $\overrightarrow{HF} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ **I)** $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{IH} - \overrightarrow{BH} - \overrightarrow{FD}$



46 A et B sont deux points distincts.

Placer les points M, N, P, Q tels que :

a) $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AB}$ **d)** $\overrightarrow{AQ} = -\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

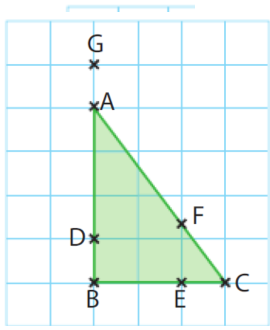
47 En observant la figure ci-contre, recopier et compléter les égalités vectorielles suivantes.

a) $\overrightarrow{BD} = \ldots\ \overrightarrow{BA}$ donc $\overrightarrow{BA} = \ldots\ \overrightarrow{BD}$

b) $\overrightarrow{BE} = \ldots\ \overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{BC} = \ldots\ \overrightarrow{BE}$

c) $\overrightarrow{CF} = \ldots\ \overrightarrow{CA}$ donc $\overrightarrow{CA} = \ldots\ \overrightarrow{CF}$

d) $\overrightarrow{BA} = \ldots\ \overrightarrow{AG}$ donc $\overrightarrow{AG} = \ldots\ \overrightarrow{BA}$



49 Recopier et compléter les égalités suivantes à l'aide de la relation de Chasles.

a) $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{\ldots A} + \overrightarrow{A\ldots}$

b) $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\ldots}$

c) $\overrightarrow{D\ldots} + \overrightarrow{C\ldots} = \overrightarrow{\ldots B}$

d) $\overrightarrow{E\ldots} + \overrightarrow{\ldots E} = \overrightarrow{\ldots}$

e) $\overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{A\ldots} + \overrightarrow{B\ldots} + \overrightarrow{CM}$

f) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{\ldots} = \vec{0}$

50 Écrire le plus simplement possible.

a) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$

b) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$

c) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$

d) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$

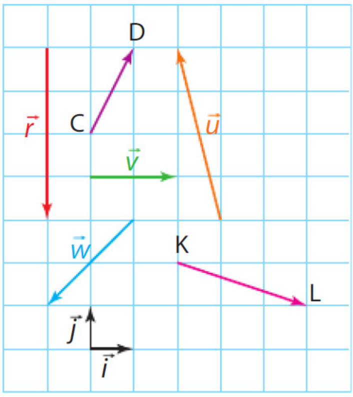
e) $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$

f) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

51 A, B, C, D sont quatre points.
Démontrer que :
a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{DA}$
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

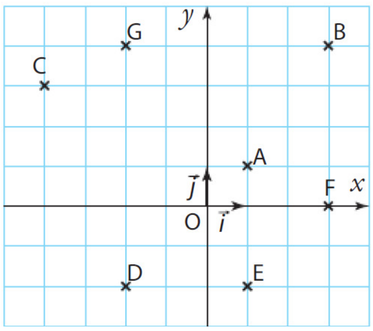
52 Simplifier les écritures suivantes.
a) $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB}$
b) $\vec{v} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC} - 4\overrightarrow{CA}$

53 Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{r}, \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{KL}$.



54 On considère les points A(1 ; 2), B(–2 ; 5) et C(–3 ;–3).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

56 **1.** Lire les coordonnées des points.



2. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.
$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CE}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{GD}$ et $\overrightarrow{BG}$.
3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GD}$.
Comparer avec les coordonnées de $\overrightarrow{BD}$.

57 On considère les points A(3 ; 5), B(2 ; –1), C(–2 ; –4) et D(–1 ; 2).
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

62 On considère les points A(1 ; 2), B(–2 ; 5) et C(–3 ; –3).
Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CA}$ et $2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$

65 On considère les points E(2 ; –1), F(–3 ; 4) et G(1 ; 4).
Déterminer les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme.

66 On considère les points A(3 ; –4) et B(–1 ; 2).
Quelles sont les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$?

67 On considère les points M(–4 ; 2), N(0 ; 3) et P(1 ; –5).
Calculer les coordonnées du point Q défini par $\overrightarrow{MQ} = -3\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PN}$.

69 **1.** Soit D(–3 ; –1), E(–4 ; 2), F(2 ; –2) et G(1 ; 1).
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants.
a) $\overrightarrow{GF}$ et $\overrightarrow{DE}$ **b)** $\overrightarrow{EG}$ et $\overrightarrow{FD}$ **c)** $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{DG}$ **d)** $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{DG}$
2. Calculer les déterminants des vecteurs de la question **1.**
3. Les vecteurs de la question **1.** sont-ils colinéaires ?

70 Dans chaque cas, dire si les droites (AB) et (CD) sont parallèles en justifiant par un calcul de déterminant.
a) A(–2 ; 1), B(3 ; 4), C(2 ; 2) et D(5 ; 4)
b) A(2 ; 2), B(5 ; 4), C(1 ; 4) et D(–2 ; 2)
c) A(3 ; 4), B(5 ; 0), C(0 ; 5) et D(3 ; 0)

71 Dans chaque cas, dire si les trois points sont alignés en justifiant par un calcul de déterminant.
a) A(–4 ; 3), B(2 ; 3) et C(6 ; 3)
b) D(2 ; 5), E(–4 ; –3) et F(5 ; 9)
c) G(–2 ; 1), H(3 ; 4) et I(5 ; 5)

72 Dans chaque cas, dire si le point C appartient à la droite (AB).
a) A(2 ; 3), B(2 ; –1) et C(2 ; 7)
b) A(1 ; 4), B(–5 ; –4) et C(4 ; 8)
c) A(–3 ; 0), B(2 ; 3) et C(4 ; 4)

77 Soit ABC un triangle.
Placer les points D, E et F tels que $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CA}$ et $3\overrightarrow{FC} - 2\overrightarrow{FB} = \vec{0}$.

79 Soit ABC un triangle rectangle en A.
1. Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère BCDE ?
Justifier.

82 Soit trois points A, B et C distincts et non alignés.
Les points M et N sont tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
1. Montrer que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires.
2. Que peut-on en déduire pour les points A, M et N ?

83 ABCD est un parallélogramme.
Les points E et F sont tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$.
1. Réaliser une figure.
2. Recopier et compléter.
$$\overrightarrow{CE} = \ldots + \overrightarrow{BE} \text{ et } \overrightarrow{BF} = \ldots + \overrightarrow{DF}$$
3. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
4. En déduire que les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

88 On considère les points M(–2 ; –2), N(3 ; 1), P(0 ; 6) et Q(–5 ; 3).
1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$, en déduire la nature du quadrilatère MNPQ.
2. Calculer la norme de $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{NP}$ et $\overrightarrow{MP}$.
Préciser la nature du quadrilatère MNPQ.
3. a) Le repère $(M ; \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP})$ est-il orthonormé ? Justifier.
b) La base $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MQ})$ est-elle orthonormée ? Justifier.

89 On considère les points A, B et C respectivement de coordonnées (1 ; 4), (4 ; 6) et (2 ; 3).

1. Quelles sont les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme ?

2. Prouver que ABCD est aussi un losange.

90 On considère les points D(−4 ; 2), E(0 ; 3) et F(1 ; −5). Calculer les coordonnées du point G défini par $\overrightarrow{DG} = -3\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DF}$.

91 Les coordonnées des points A, B et C sont respectivement (3 ; 2), (9 ; −5) et (−9 ; 16). Ces points sont alignés. Calculer le nombre k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

92 Proposer un algorithme vérifiant **Algo & Prog** si les droites (AB) et (CD) sont parallèles à partir des coordonnées des points A, B, C et D entrées par l'utilisateur.

93 Proposer un algorithme qui **Algo & Prog** vérifie si les points A, B et C sont alignés à partir de leurs coordonnées entrées par l'utilisateur.

97 Triangles imbriqués

1. Construire un triangle ABC.

2. Placer les points M, P et N tels que :

a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

b) $\overrightarrow{MP} = 2\overrightarrow{MA}$

c) $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MC}$

3. Prouver que $\overrightarrow{PN} = 2\overrightarrow{PB}$.
Que peut-on en déduire pour les points P, N et B ?

98 Triangles symétriques

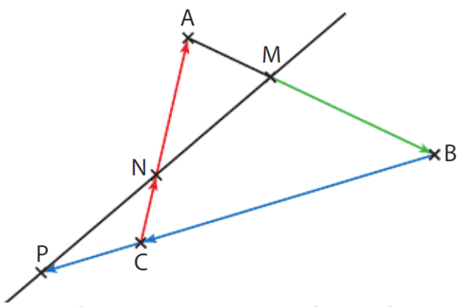
Soit DEF un triangle quelconque. H est le symétrique de D par rapport à F.
Le point G est défini par $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF}$.

1. Faire une figure.

2. Justifier que le triangle FGH est l'image du triangle DEF par une translation dont on précisera le vecteur.

99 Points alignés

A, B et C sont trois points non alignés.
On a construit les points M, N et P tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.



1. Exprimer $\overrightarrow{MN}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. Exprimer $\overrightarrow{MP}$ en fonction de $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3. En déduire que les points M, N et P sont alignés.

100 Nature d'un quadrilatère

Soit A(-9 ; 7), B(3 ; 5), C(8 ; -2) et D(-4 ; 0) quatre points.

1. a) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b) En déduire la nature du ABCD.

2. Soit M le milieu de [AB] et N tel que $\overrightarrow{DN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

a) Calculer les coordonnées de M et N.

b) Calculer le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{MD}$ et $\overrightarrow{BN}$.

c) Calculer la norme de $\overrightarrow{BM}$, $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{MN}$.

d) Montrer que MBN est un triangle rectangle en rédigeant soigneusement.

e) En déduire la nature du quadrilatère MBND.

101 Théorème de Varignon

TICE

Soit ABCD un quadritatère quelconque. On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer la nature du quadrilatère IJKL.

2. Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

3. De la même manière, exprimer $\overrightarrow{LK}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$

4. Conclure.

102 Position relative de droites

1. Placer les points V(−1 ; −1,5), A(−2 ; 0) et T(5 ; 0).

2. Placer E tel que $\overrightarrow{VA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{VE}$.
En déduire ses coordonnées.

3. Placer U tel que $\overrightarrow{TU}$ ait pour coordonnées $\begin{pmatrix}-2\\0{,}5\end{pmatrix}$.
En déduire ses coordonnées.

4. Que peut-on dire des droites (OU) et (ET) ? Justifier.

103 Droites parallèles et points alignés

Soit les points A(−1 ; 3), B(1 ; 6), C(2 ; 4) et D(−2 ; −2). Les points K, L et M sont définies par les égalités vectorielles suivantes.

$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{LC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

1. Calculer les coordonnées des points K, L et M.

2. Les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ?

3. Démontrer que les points K, L et M sont alignés.

4. Faire une figure pour contrôler vos résultats.

105 Points alignés (1)

A, B et C sont trois points du plan tels que pour tout point M du plan on a :

$$2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Montrer que les points A, B et C sont alignés et représenter ces points.

106 Points alignés (2)

TICE

On considère le triangle ABC et a un nombre réel.
Les points M, S et T sont définis par :

- $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AS} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{BT} = \frac{3}{7}\overrightarrow{BC}$

Trouver la position du point M sur la droite (AB) afin que les points S, T et M soient alignés.