Image et antécédents

AP

23 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 7x$.
Calculer les images des nombres suivants.

a) 2 **b)** -3 **c)** 0 **d)** $\sqrt{5}$

24 Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3x - 8$.
Déterminer les éventuels antécédents des nombres suivants.

a) 3 **b)** -5 **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** 0,1

25 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=\frac{4}{3}x+5$.

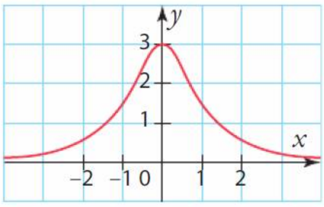
1. Calculer $f(6)$ et $f(7)$.
2. Quelle est l'image de -5 par f ?

26 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = (3 - 2x)(5x - 1)$.
Déterminer les antécédents de 0 par f.

27 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=\frac{4x+2}{1+x^2}$.

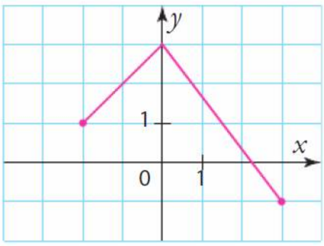
1. A-t-on $f(3) = 1$?
2. Les images de 2 et de 0 par f sont-elles égales ?
3. Déterminer l'image de $\frac{1}{2}$ par f.
4. Déterminer les antécédents de 0 par f.

28 Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
Par lecture graphique, déterminer :



a) l'image de -1 par f.
b) l'image de 0 par f.
c) le (ou les) antécédent(s) de 1 par f.
d) le (ou les) antécédent(s) de 3 par f.

29 Voici la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-2 ; 3]$.
Par lecture graphique, déterminer :



a) $g(0)$.
b) les images de 1 et -2 par g.
c) les antécédents éventuels de -1 ; 1 et 5.

32 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = 2x^3 - 3x + 1$.

1. Calculer l'image de 2.
2. En déduire les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentative de g.
3. Proposer les coordonnées d'un deuxième point appartenant à cette courbe.

32 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = 2x^3 - 3x + 1$.

1. Calculer l'image de 2.
2. En déduire les coordonnées d'un point appartenant à la courbe représentative de g.
3. Proposer les coordonnées d'un deuxième point appartenant à cette courbe.

33 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 5x + 2$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Le point $M\left(\frac{2}{3} ; 5\right)$ appartient-il à $\mathscr{C}_g$?
2. Calculer l'abscisse du point T appartenant à $\mathscr{C}_g$ tel que l'ordonnée de T soit nulle.

34 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par $f(x)=\frac{2x+4}{x+1}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Le point A(0 ; 5) appartient-il à $\mathscr{C}_f$?
2. Calculer l'abscisse du point B appartenant à $\mathscr{C}_f$ tel que l'ordonnée de B soit nulle.

35 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 3x$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Écrire l'équation de la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. Les points suivants appartiennent-ils à $\mathscr{C}_f$?

a) A(1 ; 1) **b)** $B\left(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$ **c)** C(−3 ; − 30) **d)** $D(-10^2 ; -170)$

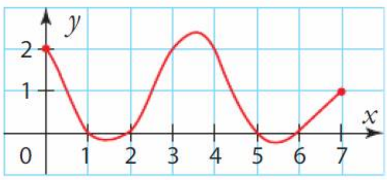
36 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 + 6$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Le point A(−1 ; 9) appartient-il à $\mathscr{C}_f$?
2. Calculer l'ordonnée du point B d'abscisse 4 qui appartient à $\mathscr{C}_f$.
3. Existe-il des points de $\mathscr{C}_f$ dont l'ordonnée est égale à 33 ? Si oui, donner leurs coordonnées.

37 **1.** Soit la fonction h définie sur $[0 ; 5]$ par :
$h(x) = 4 - (x - 3)^2$.
a) Construire un tableau de valeurs de la fonction h avec un pas de 0,5.
b) Tracer un repère et placer plusieurs points appartenant à la courbe de h.
Prendre comme unité 1 cm pour l'axe des abscisses et 1 cm pour l'axe des ordonnées.
c) Tracer à main levée la courbe de la fonction h.
2. Reprendre la question **1.** avec la fonction $h : x \mapsto \frac{3}{x+1}$ sur $[0 ; 5]$.

Résolution graphique d'équations et inéquations

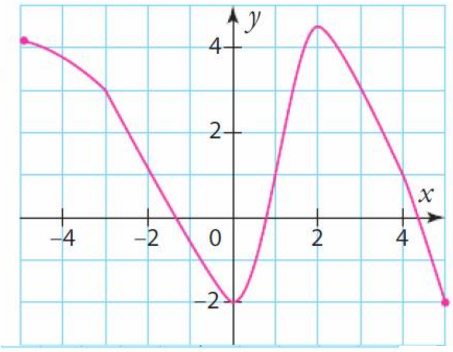
38 Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[0 ; 7]$.
Estimer les solutions des équations suivantes.



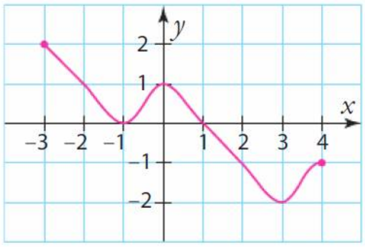
a) $f(x) = 2$ **b)** $f(x) = 0$ **c)** $f(x) = -1$ **d)** $f(x) = 1$

39 Voici la courbe représentative d'une fonction g définie sur $[-5\,;\,5]$. Estimer les solutions des équations.

a) $g(x) = 2$
b) $g(x) = -3$
c) $g(x) = 4$
d) $g(x) = -1$



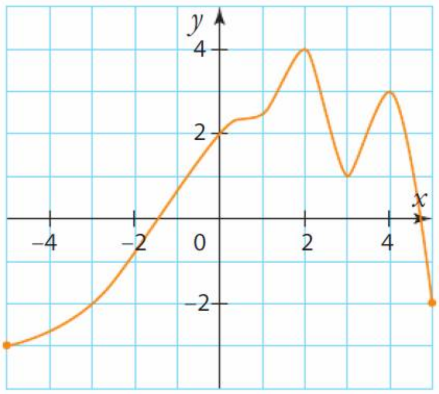
40 Voici la courbe représentative d'une fonction k définie sur $[-3\,;\,4]$.
Estimer les solutions des équations et inéquations suivantes.



a) $k(x) = 1$
b) $k(x) = 0$
c) $k(x) > -1$
d) $k(x) < 0$
e) $k(x) \geqslant -2$
f) $k(x) \geqslant 2$

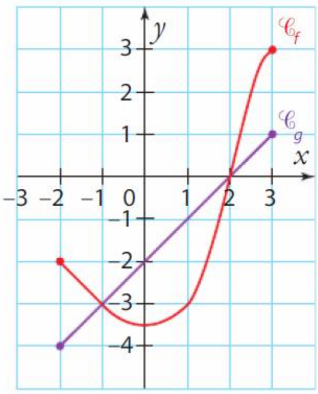
41 Voici la courbe représentative d'une fonction h définie sur $[-5\,;\,5]$. Estimer les solutions des inéquations suivantes.

a) $h(x) \geqslant 0$
b) $h(x) < -4$
c) $h(x) < -2$
d) $h(x) > 2$



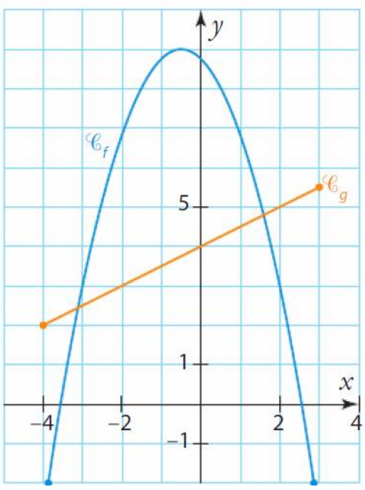
42 Voici les courbes représentatives d'une fonction f et d'une fonction g définies sur $[-2\,;\,3]$.
Résoudre graphiquement les équations et inéquations.

a) $g(x) = f(x)$
b) $g(x) \leqslant f(x)$
c) $f(x) < -3$
d) $g(x) < 2$
e) $f(x) \geqslant -2$



43 Voici les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur $[-4\,;\,3]$.
Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes.

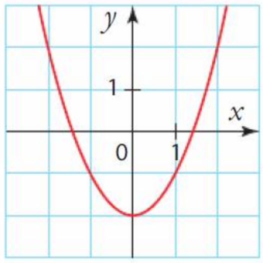
a) $f(x) = 8$
b) $f(x) < 0$
c) $f(x) = g(x)$
d) $f(x) \leqslant g(x)$



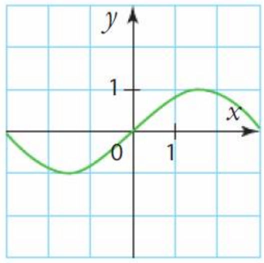
Fonctions paires et impaires

44 Pour chacune des courbes ci-dessous, dire si elle semble être la courbe représentative d'une fonction paire, d'une fonction impaire ou d'une fonction qui n'est ni paire ni impaire.

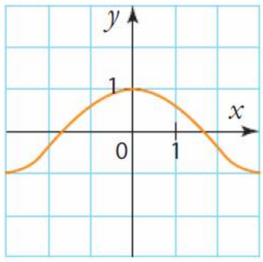
a)



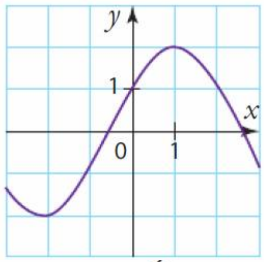
b)



c)



d)



52 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

a) $x^2 \geqslant 9$ **b)** $x^2 < 5$ **c)** $\dfrac{1}{x} < 5$

d) $\dfrac{1}{x} \geqslant -2$ **e)** $\sqrt{x} \leqslant 3$ **f)** $\sqrt{x} > 9$

53 Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont de fonctions affines (préciser m et p de $mx + p$) ?

a) $f : x \mapsto -2x + 8$ **b)** $g : x \mapsto 2x^2 - 4x + 1$

c) $h :\ x \mapsto -3 + \dfrac{1}{x}$ **d)** $i : x \mapsto \dfrac{2x+8}{4}$

Ensemble de définition et modélisation

58 On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ et dont l'ensemble de définition est le plus grand possibl

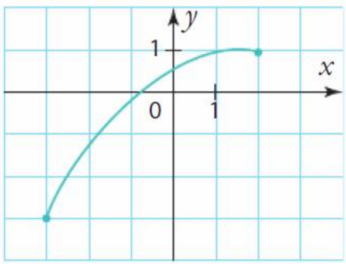
1. Résoudre $x - 1 = 0$.
2. De quel(s) nombre(s) ne peut-on pas calculer l'imag par f ?
3. En déduire l'ensemble de définition de f.

59 Pour chacune des fonctions dont on donne les expre sions ci-dessous, essayer d'établir le plus grand ensembl de définition possible.

a) $f(x) = \dfrac{5+x}{10-x}$ **b)** $g(x) = 2\sqrt{x} + 3$

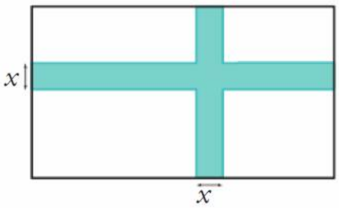
c) $h(x) = \dfrac{3x + x^2}{2}$ **d)** $i(x) = 4x + \dfrac{1}{x}$

60 Voici la courbe représentative d'une fonction f. Par lecture graphique, déterminer l'ensemble de définition de f.



62 On considère un rectangle de longueur 7 et de largeur 5.
On trace à l'intérieur de celui-ci une croix de largeur x variable comme indiqué ci-dessous.
On s'intéresse à l'aire de la croix bleue.

1. À quel intervalle x appartient-il ?
2. Exprimer l'aire $\mathscr{A}(x)$ de la croix bleue en fonction de x.
3. Avec la calculatrice, dresser le tableau de valeurs de $\mathscr{A}$ avec un pas de 1.



64 Soit une fonction r définie par $r(x) = \sqrt{x^2+1}$.
1. Expliquer pourquoi cette fonction peut être définie pour tout nombre réel x.
2. Avec la calculatrice, dresser le tableau de valeurs de r sur $[-10 ; 10]$ avec un pas de 1.

65 On considère la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{6x+12}$ et dont l'ensemble de définition est le plus grand possible.
1. Qu'est-ce qui pourrait éventuellement poser problème dans le calcul d'une image par cette fonction ?
2. En déduire l'ensemble de définition de g.

Recherche d'antécédents

66 Soit la fonction f définie par $f(t) = 2(t+7)^2 - 4$ et dont l'ensemble de définition est le plus grand possible.
1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Trouver les antécédents de 6 par f.

67 On considère la fonction m définie par $m(x) = \dfrac{2x}{x-5}$ et dont l'ensemble de définition est le plus grand possible.
1. Quel est l'ensemble de définition de m ?
2. Trouver les éventuels antécédents de 6 et de -2 par m.

68 Même exercice que le précédent avec la fonction m définie par $m(x) = \sqrt{x} - 1$.

69 **1.** À l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction h définie sur $[-2 ; 2]$ par $h(x) = (3x+1)(5-x)$.

x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
$h(x)$									

2. Déterminer tous les antécédents de 0 par h.

70 Algo & Prog
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 5$.
1. Déterminer le ou les antécédents de -2 par f.
2. Écrire un algorithme ou un programme qui :
– demande une valeur b à l'utilisateur ;
– calcule puis affiche le ou les antécédents de b par la fonction f.

71 **1.** Déterminer a et b pour que le tableau ci-dessous soit un tableau de valeurs d'une fonction h définie par $h(x) = x^2 + ax + b$ sur $\mathbb{R}$.

x	-1	0	1	2
$h(x)$	-9	-7	-3	3

2. La fonction h est-elle paire ? impaire ?
3. Déterminer les antécédents de -7 par h.

73 Chimie
La concentration massique C_m d'un soluté est égale à la masse en grammes de soluté par litre de solution (elle s'exprime donc en grammes par litre). Elle se calcule avec la formule $C_m = \dfrac{m}{V}$ où m est la masse en grammes de soluté et V le volume en litre de la solution.
On dissout 10 g de chlorure de sodium (sel) dans un volume V en litre d'eau avec $V \in [0{,}2 ; 0{,}5]$.
1. Écrire la formule donnant la concentration massique $C_m(V)$ du chlorure de sodium en fonction du volume V de la solution.
2. Résoudre $C_m(V) = 30$.
3. Traduire le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Courbes et équations

75 Soit une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x + p$ où p est un nombre.
Trouver p sachant que A(5 ; 22) appartient à la courbe de f.

76 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $g(x) = \dfrac{4x+6}{1+x}$ et $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère.
1. Le point A(-2 ; 2) appartient-il à $\mathscr{C}_g$?
2. B(x_B ; 5) appartient à $\mathscr{C}_g$. Déterminer l'abscisse x_B du point B.

77 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 15$.
Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes du repère.

78 Dans un repère, on considère l'ensemble d'équation $3x^2 + 2y - 4 = 0$.
1. Montrer que le point A(-2 ; -4) appartient à cet ensemble.
2. B appartient à cet ensemble et son abscisse est égale à 0. Calculer l'ordonnée de B.
3. Montrer que cet ensemble est la courbe d'une fonction f puis préciser $f(x)$.

79 Montrer que l'ensemble d'équation $yx^2 + y - 1 = 0$ est la courbe d'une fonction h puis préciser $h(x)$.

80 Dans un repère, on considère l'ensemble d'équation $xy = 5$.
1. Le point Z(2 ; 1,5) appartient-il à cet ensemble ?
2. Existe-t-il un point d'abscisse nulle appartenant à cet ensemble ?
3. Montrer que cet ensemble est la courbe d'une fonction f, puis préciser son ensemble de définition et son expression.