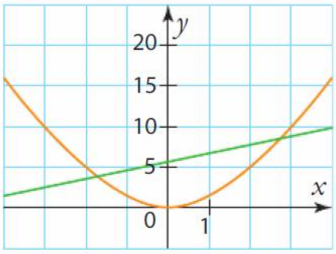
84 Une fonction f a les propriétés suivantes :
– elle est définie sur $[0 ; 8]$;
– l'équation $f(x) = 3$ a deux solutions : 1 et 3 ;
– l'image de 0 est 1 ;
– l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ a pour ensemble de solution $[5 ; 7]$.
Tracer dans un repère une courbe possible pour la fonction f.

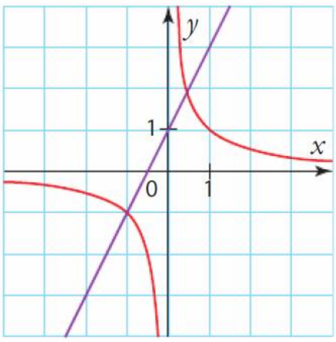
85 **1.** Trouver les coordonnées du ou des points d'intersection des courbes d'équations $y = 2x^2 + 2x + 6$ et $y = 2x^2 - 3x + 7$.
2. Même question pour les courbes d'équations $y = \dfrac{1}{x}$ et $y = \dfrac{2 + 3x}{x}$.

86 On considère les courbes représentatives de la fonction carré, notée f, et de la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + 6$. Elles sont tracées dans le repère ci-dessous.



1. Repérer les courbes associées aux deux fonctions.
2. Résoudre graphiquement l'équation $x^2 = x + 6$.
3. a) Développer l'expression $(x - 3)(x + 2)$.
b) Retrouver algébriquement les résultats obtenus à la question **2.**

87 On considère les courbes représentatives de la fonction inverse, notée f, et de la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x + 1$. Elles sont tracées dans le repère ci-contre.



1. Repérer les courbes associées aux deux fonctions.
2. Résoudre graphiquement l'équation $\dfrac{1}{x} = 2x + 1$.
3. a) Développer l'expression $(2x - 1)(x + 1)$.
b) Retrouver algébriquement les résultats obtenus à la question **2.**

90 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 0{,}5(x + 1)^2 - 1$.
1. Construire un tableau de valeurs de f pour x allant de -4 à 3 avec un pas de 1.
2. Tracer dans un repère la courbe représentative de f. Prendre comme unité 1 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
3. Résoudre graphiquement $f(x) > 2$.

91 **1.** Tracer dans un même repère les courbes représentatives de la fonction carré f et de la fonction affine $g : x \mapsto 0{,}5x + 1$ sur $[-1 ; 3]$.
2. Résoudre graphiquement $f(x) \geqslant g(x)$.

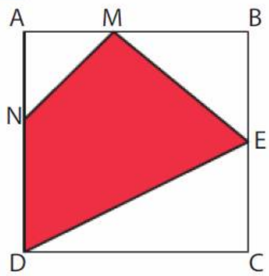
Avec la forme la plus adaptée

92 Soit f, g, h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
• $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$
• $g(x) = 2(x + 1)^2 - 8$
• $h(x) = 2(x - 1)(x + 3)$
1. Montrer que $f(x)$, $g(x)$, et $h(x)$ sont trois expressions de la même fonction.
2. Répondre aux questions suivantes en choisissant à chaque fois la forme la plus adaptée.
a) Chercher les éventuels antécédents de 0 et de -6.
b) Calculer les images de 0, de 1 et de $\sqrt{3} - 1$.
c) Trouver les abscisses des points de f d'ordonnée égale à 24 appartenant à la courbe de f.

93 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - 1)(x + 5)$.
1. Développer $f(x)$.
2. En utilisant la forme la plus adaptée, répondre aux questions suivantes.
a) Déterminer les antécédents de 0 par la fonction f.
b) Résoudre $f(x) = x + 5$.

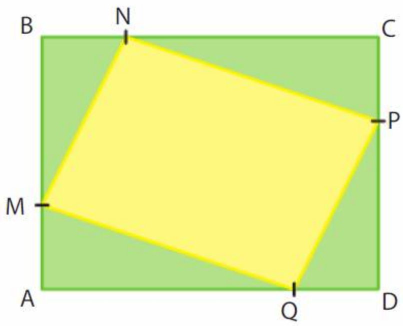
Modélisation et problèmes

94 ABCD est un carré de côté 6.
E est le milieu de [BC].
M est un point du segment [AB] et N est le point du segment [AD] tel que AN = AM. On pose AM = x. On s'intéresse à l'aire rouge.



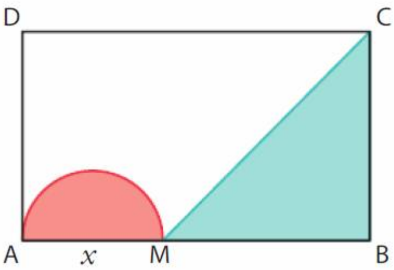
1. À quel intervalle x appartient-il ?
2. Exprimer en fonction de x les aires des triangles AMN et MBE.
3. Exprimer en fonction de x l'aire $\mathscr{A}$ de NMED.
4. Construire un tableau de valeurs de $\mathscr{A}(x)$ avec un pas de 0,5 à la calculatrice.

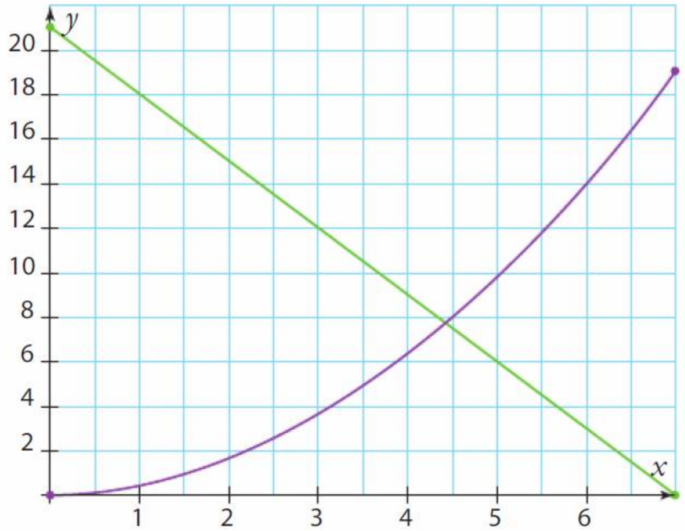
95 On considère un rectangle ABCD de dimensions AB = 6 cm et BC = 8 cm.
Sur le côté [AB], on place un point M quelconque. On considère ensuite les points N sur [BC], P sur [CD] et Q sur [DA] tels que AM = BN = CP = DQ.
On pose AM = x. On appelle f la fonction qui à x associe la valeur de l'aire de MNPQ.



1. AM peut-elle prendre la valeur 7 ?
Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Démontrer que $f(x) = 2x^2 - 14x + 48$.
3. À l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, tracer la courbe représentative de f. Ajuster la fenêtre d'affichage.
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de MNPQ est-elle supérieure ou égale à 24 cm² ?

96 Soit ABCD un rectangle. On place un point M libre sur le segment [AB]. Comme sur la figure ci-contre, on trace un demi-cercle de diamètre [AM] et le triangle MBC. On note x la distance AM.





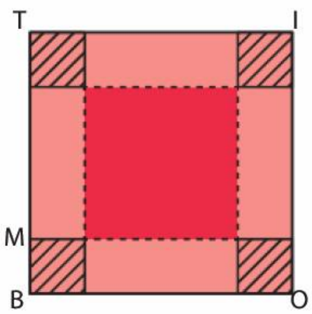
Le graphique représente les aires $f(x)$ et $g(x)$ du demi-disque et du triangle.

1. Identifier les courbes de f et de g. Justifier.

2. Retrouver les dimensions du rectangle ABCD.

3. Estimer graphiquement la valeur de x pour que le demi-disque et le triangle aient la même aire, puis en donner une valeur approchée au centième.

97 On considère un carré de côté 15 cm. Dans chaque coin, on découpe un même carré pour obtenir un patron d'une boite sans couvercle.



A. Un cas particulier

1. Construire le patron d'une boite en choisissant BM = 3 cm.

2. Calculer son volume.

3. Peut-on réaliser une boite sachant que BM = 8 cm ? Expliquer.

B. Une fonction

On pose BM = x et on appelle V la fonction qui à x associe le volume de la boîte sans couvercle.

1. Déterminer une expression de la fonction V.

2. Quel est l'ensemble de définition de V ?

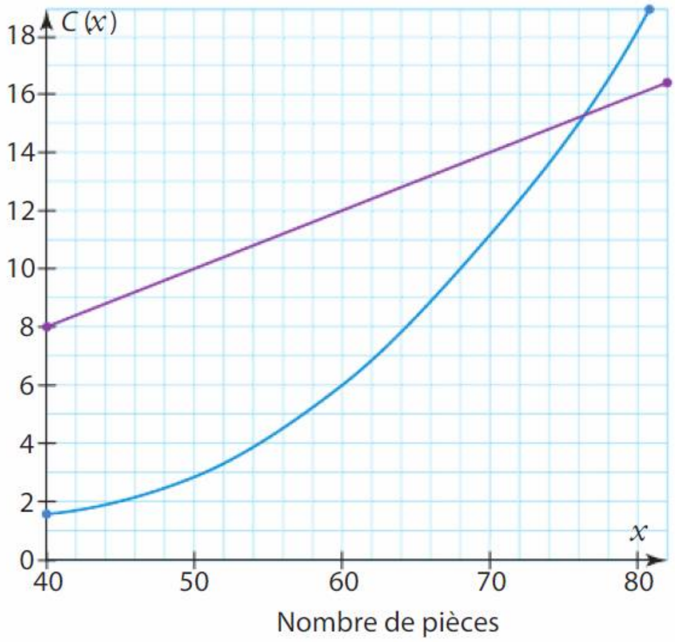
3. À l'aide d'une calculatrice, ou d'un logiciel, tracer la courbe représentative de la fonction V.

4. Pour quelles valeurs de x le volume est-il supérieur ou égal à 100 cm^3 ?

5. Le volume de cette boîte peut-il dépasser 1 dL ?
Si oui, donner les dimensions d'une boite vérifiant cette condition. Si non, expliquer pourquoi.

98 Une entreprise fabrique des pièces détachées pour automobiles. SES

On note x le nombre de pièces fabriquées au cours d'une journée. Le coût de production, en centaines d'euros, de x pièces est noté $C(x)$. On a représenté en bleu la courbe de la fonction C sur l'intervalle [40 ; 80].



À l'aide du graphique, répondre aux deux questions suivantes.

1. Quel est le coût de production de 50 pièces ?

2. Pour un coût de production de 1 400 euros, combien de pièces l'entreprise va-t-elle fabriquer ?

On suppose que, sur l'intervalle [40 ; 80], la fonction C est définie par $C(x) = 0{,}01x^2 - 0{,}79x + 17{,}40$.

3. Chaque pièce est vendue 20 euros. Déterminer la recette $R(x)$, en centaines d'euros, de l'entreprise pour x pièces fabriquées.

4. Vérifier que la droite tracée en violet est bien la représentation graphique de la fonction R.

5. Le bénéfice réalisé par l'entreprise, en fonction du nombre x de pièces vendues, est la différence entre la recette et le coût de production.
Quel nombre de pièces l'entreprise doit-elle fabriquer et vendre pour réaliser un bénéfice positif ?

Vers la spécialité MATHS

99 ABC est un triangle rectangle **Problème ouvert** en A dont les trois côtés ont pour longueurs des nombres entiers. On sait que AB mesure moins de 100 cm et AC = AB + 2.
Déterminer les mesures des deux triangles satisfaisant ces conditions.