Chapitre 4

Mouvement et interactions

Introduction
La dynamique est l'étude de la modification du mouvement d'un objet du fait de l'interaction de ce dernier avec le reste de l'Univers.
Les interactions seront décrites par des forces, l'étude du mouvement s'appelle la cinématique, on y décrit la trajectoire de l'objet ainsi que l'évolution de sa vitesse.

4.1 Décrire un mouvement

4.1.1 Exemples de mouvements

Les types d'objets et de mouvements étudiés en physique sont très variés. Par exemple la Terre décrit une ellipse d'environ 150 millions de km de rayon en 1 an autour du Soleil, une plaque tectonique se déplace par rapport à une autre de quelques centimètres par an, un électron d'un microscope électronique se déplace à plusieurs milliers de kilomètre par seconde, une molécule dans un gaz à température ambiante se déplace à quelques centaines de mètre par seconde, un humain en marche normale se déplace à 4 $km.h^{-1}$, la station spatiale internationale ISS est en orbite basse à 400 km d'altitude et fait le tour de la Terre en $1h$ $30min$.

4.1.2 Système et référentiel

Définition Un *système* est l'objet (ou le groupe d'objet) dont on va décrire le mouvement. Il *subit* l'influence du *reste de l'Univers*.

Exemple Nous allons étudier une fusée au décollage. Le *système étudié* sera donc la fusée. Voir figure 4.1. Elle subira l'action de la planète Terre et au décollage, l'action de l'air qui s'oppose à son mouvement et l'action du moteur qui exerce une poussée.

Définition Pour *décrire un mouvement*, on doit pouvoir *mesurer la position du système à chaque instant*. On doit donc *choisir un autre objet de référence* par rapport au quel on pourra mesurer la position de notre système. Mathématiquement, on choisira un *repère orthonormé associé à une origine fixé sur le référentiel*.

Exemple Le mouvement de la fusée au décollage sur la figure 4.1 peut être décrit *par rapport* au sol. C'est un référentiel terrestre. Son mouvement est mesuré par rapport au sol en fonction du temps. On peut alors définir des coordonnés $(x; y; z)$ de la fusée à chaque instant t.

4.1.3 Relativité du mouvement

Définition Le *choix du référentiel est important*, car il conditionne la description du mouvement. Le mouvement est relatif au référentiel choisi.

Exemple Dans notre exemple de la fusée, au décollage, on a choisi un référentiel lié au sol, c'est un référentiel *terrestre*.
Mais ensuite, quand elle est en orbite, il est plus simple pour décrire son mouvement d'utiliser un référentiel lié au centre de la Terre, un référentiel *géocentrique*.
Enfin, dans le cas d'une fusée interplanétaire, on préférera utiliser un référentiel lié au centre du Soleil, un référentiel *héliocentrique*.

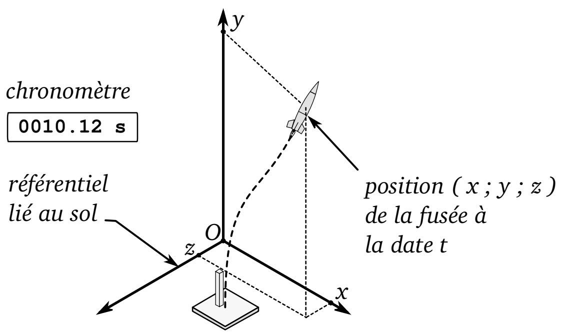

Figure 4.1 – *Le système étudié est une fusée au décollage.*

4.1.4 Modèle du point matériel

Définition On utilise un *modèle simplifié d'un objet* dont on veut décrire le mouvement. L'objet se résume à *un point où toute sa masse se trouve concentrée*. Ce point s'appelle le *centre d'inertie* $C_{inertie}$. La position de ce point dans l'espace nécessite trois coordonnés $C_{inertie}$ $(x; y; z)$.
Ce modèle a ses limites, on a perdu toute information concernant l'orientation de l'objet dans l'espace et toute information concernant les points d'applications des forces.

4.1.5 Trajectoire d'un système

Définition Les positions successives dans l'espace du centre d'inertie de l'objet décrit une courbe appelée une trajectoire. On y indique des positions $(x; y; z)$ à des dates précises t. Voir figure 4.2.

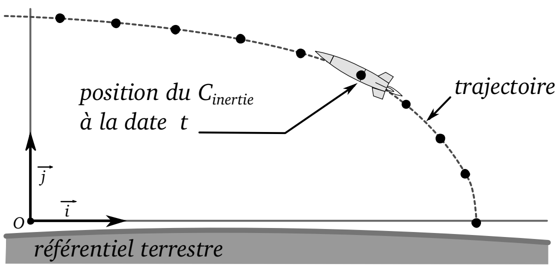

Figure 4.2 – *La trajectoire d'un point matériel est la courbe définie par les positions successives du centre d'inertie de l'objet au cours de son mouvement décrit dans un référentiel*

Définition La forme d'une trajectoire décrivant le mouvement d'un objet dépend du référentiel choisi pour décrire ce mouvement.

Exemples de trajectoires Le nom de la trajectoire découle de la forme de la courbe mathématique capable de la décrire au mieux.

- trajectoire rectiligne : c'est une ligne droite $y = ax + b$.
- trajectoire circulaire : c'est un cercle $x^2 + y^2 = R^2$
- trajectoire parabolique : c'est une parabole $y = ax^2 + bx + c$
- trajectoire elliptique : c'est une ellipse $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$
- trajectoire curviligne : c'est le cas le plus général, un ensemble de courbes d'équations mathématiques plus ou moins complexes

4.2 Vecteurs et cinématique

4.2.1 Introduction

La *cinématique* est l'étude du mouvement en physique. On utilise différents outils mathématiques pour décrire le mouvement d'un objet, et notamment les vecteurs déplacements et vecteurs vitesses.

4.2.2 Vecteur déplacement

Définition Soient deux points consécutifs $M_1(x_1; y_1)$ et $M_2(x_2; y_2)$ sur une trajectoire. On appelle *vecteur déplacement* le vecteur

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1)\,\vec{i} + (y_2 - y_1)\,\vec{j}$$

La longueur M_1M_2 du déplacement est la norme du vecteur déplacement $\overrightarrow{M_1M_2}$.

$$M_1M_2 = \|\overrightarrow{M_1M_2}\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Voir figure 4.3.

Exemple Sur la figure 4.3, on mesure les coordonnées des points $M_1(1.5; 2.4)$ et $M_2(3.5; 1.7)$. On peut ensuite calculer le vecteur déplacement

$$\begin{aligned}\overrightarrow{M_1M_2} &= (3.5 - 1.5)\,\vec{i} + (1.7 - 2.4)\,\vec{j} \\ &= 2.0\,\vec{i} - 0.7\,\vec{j}\end{aligned}$$

On a un déplacement de 2.0 m vers la droite et de 0.7 m vers le bas. La longueur totale du déplacement est

$$M_1M_2 = \sqrt{2.0^2 + 0.7^2} = 2.12\ m$$

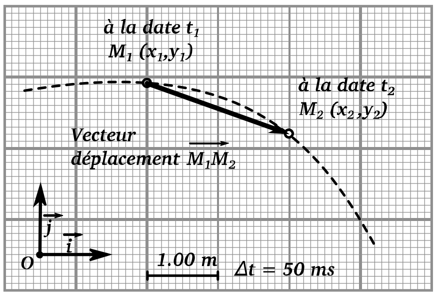

Figure 4.3 – *Le vecteur déplacement permet de passer du point M_1 de la trajectoire au point M_2*

4.2.3 Vecteur vitesse moyenne

Définition Le *vecteur vitesse moyenne* $\vec{V}$ peut se calculer entre deux points séparés d'une durée Δt à partir du vecteur déplacement. Voir figure 4.4.

Le vecteur vitesse moyenne est le rapport du vecteur déplacement avec la durée du déplacement.

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{V} &= \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t} \\
&= \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t} \\
&= \frac{(x_2-x_1)\overrightarrow{i}+(y_2-y_1)\overrightarrow{j}}{\Delta t} \\
&= \frac{(x_2-x_1)}{\Delta t}\overrightarrow{i}+\frac{(y_2-y_1)}{\Delta t}\overrightarrow{j} \\
&= V_x\overrightarrow{i}+V_y\overrightarrow{j}
\end{aligned}$$

avec $V_x = \dfrac{(x_2-x_1)}{\Delta t}$ la vitesse selon l'axe Ox et $V_y = \dfrac{(y_2-y_1)}{\Delta t}$ la vitesse selon l'axe Oy.
La norme du vecteur vitesse moyenne est

$$\|\overrightarrow{V}\| = \sqrt{V_x^2+V_y^2}$$

Exemple Sur la figure 4.4, on peut mesurer le vecteur déplacement $\overrightarrow{M_1M_2} = 2.0\overrightarrow{i} - 0.7\overrightarrow{j}$ et on connaît la durée qui sépare deux positions successives sur la trajectoire $\Delta t = 50\ ms = 50 \times 10^{-3}\ s$. On peut alors calculer les coordonnées du vecteur vitesse moyenne

$$V_x = \frac{x_2-x_1}{\Delta t} = \frac{2.0}{50\times 10^{-3}\ s} = 40\ m.s^{-1}$$

$$V_y = \frac{y_2-y_1}{\Delta t} = \frac{-0.7}{50\times 10^{-3}\ s} = -14\ m.s^{-1}$$

Donc

$$\overrightarrow{V} = 40\overrightarrow{i} - 14\overrightarrow{j}$$

et

$$V = \sqrt{V_x^2+V_y^2} = \sqrt{(40)^2+(-14)^2} = 43 m.s^{-1}$$

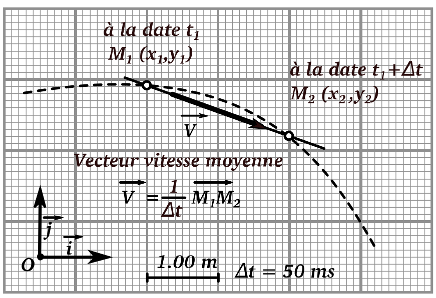

Figure 4.4 – *Le vecteur vecteur vitesse moyenne se calcule à partir du vecteur déplacement entre deux points de la trajectoire séparés par une durée Δt*

4.2.4 Vecteur vitesse en un point

Définition Le *vecteur vitesse en un point M* noté $\overrightarrow{v(M)}$ a pour norme la vitesse moyenne entre le point M et le point suivant M' c'est à dire le rapport entre la distance parcourue de M à M' et la durée de ce parcours Δt

$$\|\overrightarrow{v(M)}\| = \frac{MM'}{\Delta t}$$

$\overrightarrow{v(M)}$ a pour sens le sens du mouvement et a pour direction la *tangente à la trajectoire* au point M.

Remarque Cette méthode est imprécise, si la vitesse varie beaucoup sur l'intervalle MM'. Il existe d'autres méthodes d'estimation de la vitesse au point M plus précises mais plus complexes à mettre en œuvre.

Remarque Pour tracer la tangente à une courbe en un point M, on peut utiliser deux points a et b équidistants de M sur la courbe et tracer par M une droite parallèle à ab. C'est une méthode approximative mais qui permet d'avoir une estimation de la direction de la tangente au point M. Voir figure 4.5.

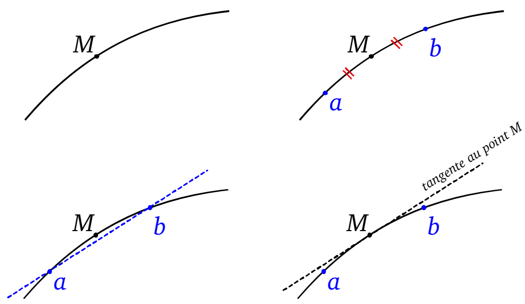

Figure 4.5 – *Tracer une tangente au point M*

Exemple Sur la figure 4.6, on peut mesurer les coordonnées des points $M_1(1.5; 2.4)$ et $M_2(3.5; 1.7)$ ainsi que l'intervalle de temps entre deux positions successives sur la trajectoire $\Delta t = 50\ ms = 50 \times 10^{-3}\ s$. On peut alors calculer la norme du vecteur vitesse au point M_1.

$$\begin{aligned}
\|\overrightarrow{v_{M_1}}\| &= \frac{M_1M_2}{\Delta t} \\
&= \frac{\sqrt{(3.5-1.5)^2+(1.7-2.4)^2}\ m}{50\times 10^{-3} s} \\
&= 42\ m.s^{-1}
\end{aligned}$$

La vitesse au point M_1 a pour norme 42 $m.s^{-1}$, est tangente à la trajectoire au point M_1 et est orientée dans le sens du mouvement, vers M_2.

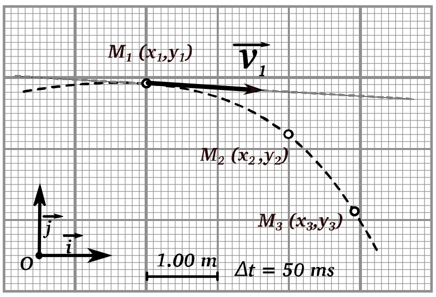

Figure 4.6 – *Le vecteur vitesse au point M_1 se calcule à partir de la vitesse moyenne entre les points M_1 et M_2 et se dessine au point M_1 tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement*

4.3 Quelques types de mouvements

4.3.1 Mouvement rectiligne

Définition Un mouvement est dit *rectiligne uniforme* si le *vecteur vitesse en un point* est constant dans le temps.

$$V = constant$$

$$x = V \times t + x_0$$

Définition Un mouvement est dit *rectiligne non uniforme* si le *vecteur vitesse en un point* varie dans le temps en norme ou en sens mais pas en direction. Par exemple

$$V = a \times t + V_0$$

$$x = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + V_0 \times t + x_0$$

Voir figure 4.7.

Exemples
- une glissade sur une surface horizontale est un mouvement rectiligne uniforme
- une chute libre sans frottement est un mouvement rectiligne accélérée
- une chute sous un parachute est un mouvement rectiligne uniforme
- une bille en acier qui tombe dans la neige a un mouvement rectiligne non uniforme (décélération)

4.3.2 Mouvement circulaire

Définition Un mouvement est circulaire si la trajectoire suivie par le système est un cercle. Si de plus la norme du vecteur vitesse est constante, le mouvement circulaire sera uniforme. Dans ce type de mouvement, le vecteur vitesse n'est pas constant, sa direction et son sens changent durant le mouvement.

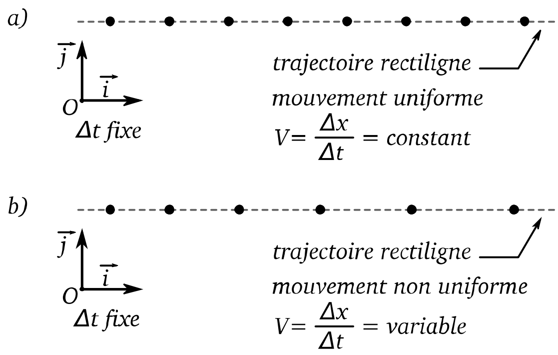

Figure 4.7 – *La figure a) représente un mouvement rectiligne et uniforme, l'objet se déplace en ligne droite à vitesse constante. La figure b) représente un mouvement rectiligne non uniforme, l'objet se déplace en ligne droite mais sa vitesse varie, ici, elle augmente, l'objet accélère.*

Exemple En première approximation, les principales planètes du Système Solaire ont un mouvement circulaire uniforme autour du Soleil. Certains satellites artificiels fabriqué par les humains sont sur des orbites circulaires, ils survolent la Terre à une altitude et une vitesse constante.

4.4 Modélisation d'une action sur un système

4.4.1 Action sur un système

Définition On définit en premier le *système étudié*. Il va *subir* l'action d'un autre système. Les systèmes sont des objets dont on veut étudier la dynamique, c'est à dire la façon dont leur mouvement va changer sous l'action d'autres objets. Voir figure 4.8.

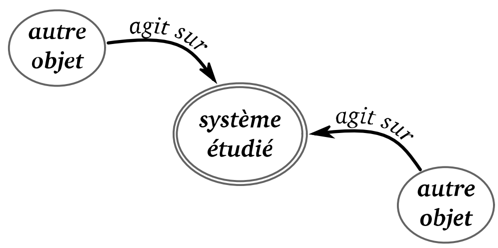

Figure 4.8 – *Le système étudié va subir des actions de la part des autres objets de l'Univers.*

Définition Une *action sur un système* va être modélisée mathématiquement par un *vecteur force* $\overrightarrow{F}$ dont on doit préciser
- la direction

— le sens
— la norme F qui s'exprimera en Newton N

Comme nous considérons que le système se résume à un *point matériel*, le point d'application de la force $\overrightarrow{F}$ sera le point.

Exemple Le *système étudié* est une boite de masse $m = 500\ g$ posée sur une table, elle subit l'action de la Terre modélisée par le vecteur force poids $\overrightarrow{P}$ et l'action de la table modélisée par le vecteur réaction de la table $\overrightarrow{R}$. Voir figure 4.9.

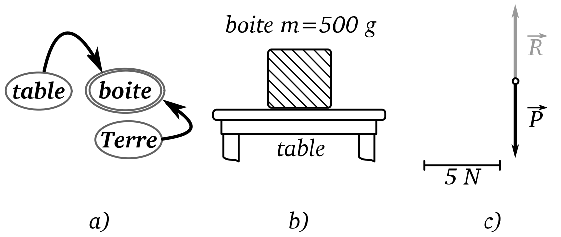

Figure 4.9 – *Le système étudié est une boite posée sur une table et sous l'influence de la Terre (figures a et b). On modélise la boite par un objet ponctuel soumis aux forces $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{R}$ (figure c).*

Méthode Pour modéliser les actions, il faut suivre les étapes suivantes

1. Définir précisément le système étudié qui va subir de la part de l'extérieur des actions qui seront modélisées par des vecteurs forces
2. Faire l'inventaire de l'ensemble des actions extérieures appliquées au système étudié
3. Pour chaque action, définir précisément le vecteur force, c'est à dire qu'il faut donner son sens, sa direction et sa norme, la norme étant exprimée en Newton (N)
4. Sur un schéma simplifié du système étudié (modèle du point matériel), dessiner précisément l'ensemble des forces, en respectant leur sens, leur direction et leur norme, on indiquera alors une échelle pour dessiner des vecteurs forces.

4.4.2 Principe des actions réciproques - 3e loi de Newton

Définition On étudie un système A qui subit une force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ de la part d'un système B. Si on considère le système B, il subit de la part du système A une force $\overrightarrow{F_{A/B}}$. Le *principe des actions réciproque* dit alors que

$$\overrightarrow{F_{B/A}} = -\overrightarrow{F_{A/B}}$$

Voir figure 4.10.

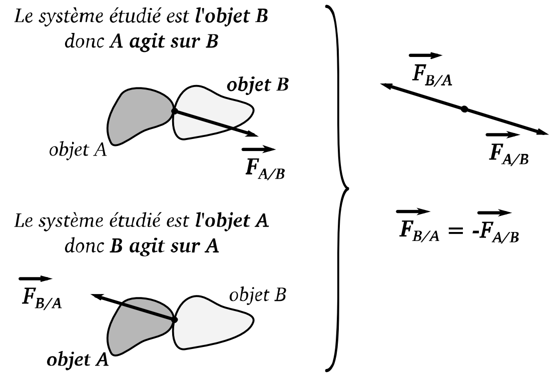

Figure 4.10 – *Si le système étudié est l'objet B alors l'objet A exerce une force sur l'objet B $\overrightarrow{F_{A/B}}$. Si le système étudié est l'objet A alors l'objet B exerce une force sur l'objet A $\overrightarrow{F_{B/A}}$. D'après le principe des actions réciproques $\overrightarrow{F_{B/A}} = -\overrightarrow{F_{A/A}}$*

4.4.3 Exemples d'interactions de contact

Définition Une *interaction de contact* nécessite que les deux systèmes soient en contact.

Exemple

— Une brique est suspendue à un fil. Elle subit de la part du fil une force de traction $\overrightarrow{T}$ dirigée le long du fil, orientée vers le fil.
— Une brique est posée sur une table. Elle subit de la part de la surface une force de réaction $\overrightarrow{R}$ dirigée perpendiculairement à la surface, orientée vers l'objet posé.

Voir figure 4.11.

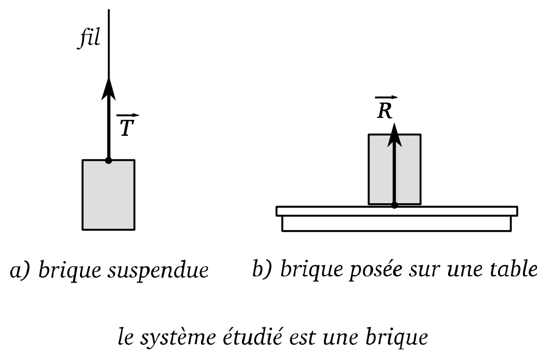

Figure 4.11 – *Les interactions de contact nécessitent que les objets interagissants se touchent.*

4.4.4 Exemples d'interactions à distance

Définition Une *interaction à distance* ne nécessite pas que les deux systèmes soient en contact.

Définition Un objet A de masse M, placé à une distance d d'un autre objet B de masse m subit une *force d'attraction gravitationnelle* $\overrightarrow{F_{B/A}}$
- dont la direction est la droite passant par les centres d'inertie des deux objets
- orientée de l'objet de masse m vers l'objet de masse M (force attractive)
- dont la norme est donnée par la formule

$$F = \frac{G \times m \times M}{d^2}$$

Les unités à respecter sont
- F en Newton N
- m et M en kilogramme kg
- d en mètre m
- $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$

Voir figure 4.12.

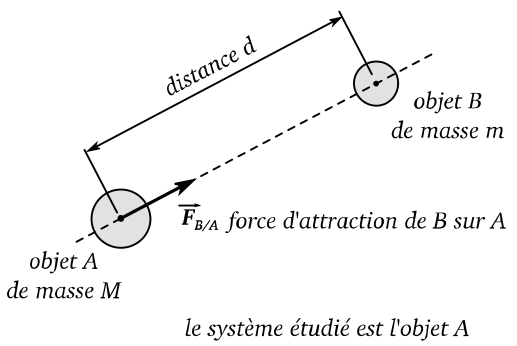

Figure 4.12 – *Le système étudié est un objet A de masse M qui subit de la part d'un objet B de masse m une force d'attraction gravitationnelle* $\overrightarrow{F_{B/A}}$

Exemple Soit deux objets de masse $M = 10\ kg$ et $m = 1\ kg$ disposés à $d = 2\ m$ l'un de l'autre. On peut calculer la valeur de la force d'attraction gravitationnelle entre les deux corps massifs

$$\begin{aligned} F &= \frac{G \times m \times M}{d^2} \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 1.0 \times 10}{2.0^2} \\ &= 1.67 \times 10^{-10}\ N \end{aligned}$$

Soit un satellite de masse $M = 1\ t$ situé à une distance $d = 100\ 000\ km$ de la Terre qui a une masse $M = 5.972 \times 10^{24}\ kg$. On peut calculer la valeur de la force d'attraction gravitationnelle que subit ce satellite. Pour faire ce calcul, il faudra convertir les masses en kilogramme, et les distances en mètre.

$$\begin{aligned} F &= \frac{G \times m \times M}{d^2} \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.972 \times 10^{24} \times 1000}{100000000^2} \\ &= 40\ N \end{aligned}$$

Remarque Si on considère un petit objet de masse m à proximité de la surface d'une planète de masse M et de rayon R, le petit objet subit une force d'attraction gravitationnelle $\overrightarrow{F}$ dont l'intensité peut s'écrire

$$||\overrightarrow{F}|| = \frac{G \times M \times m}{R^2}$$

Appliqué à la Terre de rayon $R = 6400\ km$ et de masse $M = 5.97 \times 10^{24}\ kg$, on peut écrire

$$\begin{aligned} ||\overrightarrow{F}|| &= \frac{G \times M \times m}{R^2} \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.97 \times 10^{24} \times m}{(6.4 \times 10^6)^2} \\ &= 9.7 \times m \end{aligned}$$

C'est en fait la majeur partie de l'origine du poids des objets sur une planète.

Définition Un objet de masse m placé à proximité de la surface d'une planète subit une force $\overrightarrow{P}$ appelée *le poids* qui est une force verticale, dirigée vers le centre de la planète. La norme du poids se calcule par la relation

$$P = m \times g$$

avec
- P en Newton N
- m en kilogramme kg
- g accélération de pesanteur, dépend de la planète, en $N.kg^{-1}$

Voir figure 4.14.

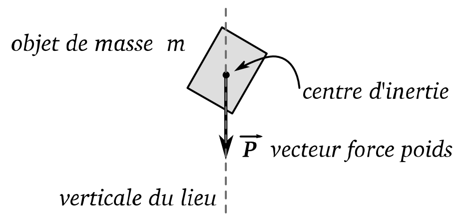

Figure 4.13 – *Le poids d'un objet de masse m est une force d'interaction à distance que l'objet subit à proximité de la surface d'une planète.*

Exemple Un objet possède une masse $m = 500\ g$. On peut calculer son poids à la surface de différentes planètes connaissant la valeur de l'accélération de pesanteur g sur ces planètes. Il faudra faire attention lors du calcul aux unités à respecter et donc convertir la masse de l'objet en kilogrammes. Voir tableau 4.1.

Planète	**g** ($N.kg^{-1}$)	**P** (N)
Terre	9.81	4.9
Mars	3.7	1.9
Lune	1.6	0.8
Comète	5×10^{-4}	2.5×10^{-4}

Table *4.1* – *Valeurs du poids d'un objet de* 500 *g à la surface de différents astres*

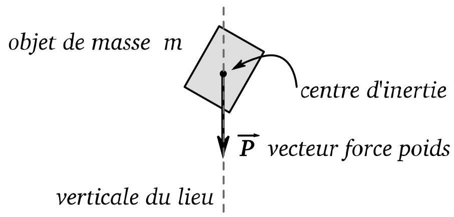

Figure *4.14* – *Le poids d'un objet de masse m est une force d'interaction à distance que l'objet subit à proximité de la surface d'une planète.*

4.5 Principe d'inertie

4.5.1 Énonce

Définition

- Si *la somme des forces extérieures* que subit un objet est *nulle*, alors ce corps garde un *vecteur vitesse constant*.
- Si un corps a *un vecteur vitesse qui varie*, alors cela signifie que *la somme des forces extérieures* qu'il subit *n'est pas nulle*.

4.5.2 Cas du point immobile

Définition Pour un point immobile

- la somme des forces extérieures est nulle
- le vecteur vitesse reste nul $\overrightarrow{V} = \overrightarrow{0}$

Voir figure 4.15.

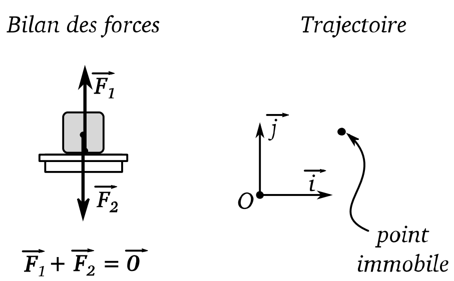

Figure *4.15* – *Un objet sur lequel les forces se compensent peut rester immobile. Un objet immobile est soumis à des forces qui doivent se compenser.*

4.5.3 Cas du point en mouvement rectiligne uniforme

Définition Pour un point en *mouvement rectiligne uniforme*

- la somme des forces extérieures est nulle
- le vecteur vitesse reste constante

$$\overrightarrow{V} = \overrightarrow{Constant}$$

Voir figure 4.16.

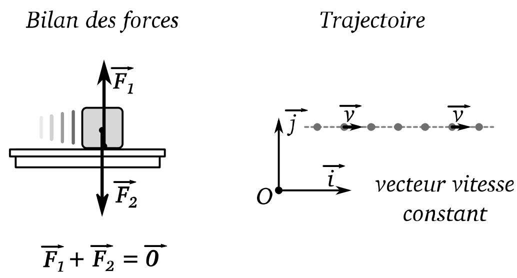

Figure *4.16* – *Un objet sur lequel les forces se compensent peut avoir un mouvement rectiligne et uniforme. Un objet en mouvement rectiligne et uniforme est soumis à des forces qui doivent se compenser.*

4.5.4 Cas du point en chute libre à une dimension

Définition Pour un point en *mouvement de chute libre à une dimension*

- la somme des forces extérieures est non nulle
- le vecteur vitesse varie linéairement avec le temps $\overrightarrow{V} = (a \times t + b)\,\overrightarrow{i}$

Voir figure 4.17.

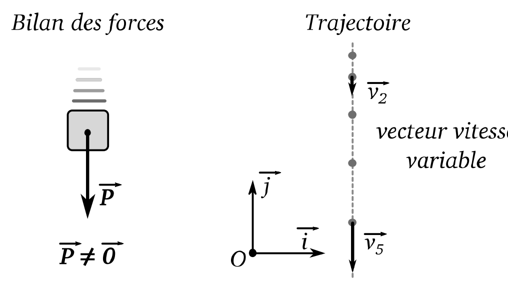

Figure *4.17* – *Un objet en chute libre sans frottement a un mouvement rectiligne accéléré. Les forces ne se compensent pas, le vecteur vitesse change.*