Exercice 1

Pour chacune des questions, la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$, dont est donnée deux termes, est une suite arithmétique.
Déterminer la valeur de son premier terme et de sa raison :

a. $w_0 = 5$; $w_9 = 25$

b. $w_6 = 7$; $w_8 = 1$

c. $w_{15} = 54$; $w_{99} = 180$

Exercice 2*

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique tel que :

- u_2 soit le double de u_0 ;
- u_6 soit le carré de u_2.

Déterminer les éléments caractéristiques des deux suites arithmétiques réalisant ces conditions.

Exercice 3

Pour chaque question, la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ représente une suite géométrique dont deux termes sont données.
Déterminer le premier terme et la raison de ces suivantes.

a. $w_0 = 5$; $w_3 = 40$

b. $w_3 = \dfrac{3}{8}$; $w_6 = -\dfrac{3}{64}$

c. $w_{124} = 2\times10^{-4}$; $w_{128} = \dfrac{1}{8}$

Exercice 4*

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite dont on connait la valeur des deux termes suivants :

$$u_6 = 36 \quad ; \quad u_{10} = \frac{9}{4}$$

Montrer qu'il existe au moins deux suites géométriques vérifiant ces conditions.

Exercice 5*

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par :

$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{2}{1+\dfrac{2}{u_n}}$$

1. Déterminer les 5 premiers termes de la suite (u_n).
2. Conjecturer le sens de variations de la suite (u_n).
3. Conjecturer l'expression explicite du terme général de la suite (u_n) en fonction de son rang n.

Exercice 6

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :

$$u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$$

1. Donner l'expression réduite de : $u_{n+1} - u_n$.
2. En déduire que la suite (u_n) est croissante pour n supérieur à 2.

Exercice 7*

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :

$$u_n = -2\cdot n^2 - 3\cdot n + 2 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Etudier la monotonie de chacune des suites ci-dessous, en étudiant la fonction f vérifiant la relation :

$$u_n = f(n) \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Exercice 8*

Etablir la monotonie sur $\mathbb{N}$ de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite suivante :

$$u_n = \frac{n^2-1}{\sqrt{n}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

Exercice 9

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

Montrer que (u_n) est strictement croissante.

Exercice 10*

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{2n+1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Déterminer les variations de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$.

Exercice 11*

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par :

$$u_n = \frac{n}{2^{n+1}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

Montrer que (u_n) est strictement décroissante à partir du rang 2.

Exercice 12*

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$$u_n = \sqrt{2n-1} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

1. Etablir l'identité ci-dessous pour tout entier naturel n strictement positif $(n\in\mathbb{N}^*)$:
$$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}$$
2. en déduire que la suite (u_n) est strictement croissante sur $\mathbb{N}^*$.

Exercice 13*

Ci-dessous sont présentées des suites "*logiques*" de nombres.
Déterminer le nombre de termes de chacune de ces sommes :

a. $1+4+9+16+\ldots+144+169$

b. $3+7+11+15+\ldots+79+83$

c. $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}+1+2+\ldots+256+512$

d. $16+32+64+\ldots+2^{15}+2^{16}$

 BY-NC