Exercice 1

On considère l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ et les deux droites (d) et (d') admettant pour représentation paramétrique :

$$(d) : \begin{cases} x = -t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 3t \end{cases} ;\ t\in\mathbb{R} \qquad (d') : \begin{cases} x = 4+t \\ y = 3+t \\ z = -1 \end{cases} ;\ t\in\mathbb{R}$$

Montrer que les droites (d) et (d') sont coplanaires et sécantes. On précisera les coordonnées du point d'intersection.

Exercice 2

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les trois points :

$A\,(2\,;0\,;-1)$; $B\,(1\,;0\,;3)$; $C\,(2\,;1\,;1)$

1. Justifier que les points A, B et C définissent un plan.
2. En choisissant $\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$ comme couple de vecteurs directeurs, montrer que le plan (ABC) admet pour représentation paramétrique le système suivant :
$$\begin{cases} x = -t + 2 \\ y = t' \\ z = 4t + 2t' - 1 \end{cases} \quad \text{où } t\in\mathbb{R},\ t'\in\mathbb{R}$$
3. Justifier que le point $D\,(1\,;-2\,;-1)$ appartient au plan (ABC).

Exercice 3

Dans l'espace muni d'un repère $(O\,;I\,;J\,;K)$ orthonormé, on considère quatre points repérés par leurs coordonnées :

$A(3\,;-1\,;5)$; $B(-2\,;2\,;3)$; $C(-1\,;-2\,;4)$; $D(5\,;8\,;4)$

Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires?

Exercice 4

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les trois points suivants :

$A\,(6\,;5\,;1)$; $B\,(-4\,;2\,;-4)$; $C\,(4\,;7\,;2)$

Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle en C.

Exercice 5

L'espace est rapporté à un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ orthonormé direct.

On considère les points :

$A(-2\,;0\,;1)$; $B(1\,;2\,;-1)$; $C(-2\,;2\,;2)$

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ puis les longueurs AB et AC.
2. En déduire une valeur approchée arrondie au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. Justifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Exercice 6

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les trois points :

$E(2\,;1\,;-3)$; $F(1\,;-1\,;2)$; $G(-1\,;3\,;1)$

Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant votre réponse :

une mesure en degré de l'angle géométrique $\widehat{FEG}$, arrondie au degré, est 50^o.

Exercice 7

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$ orthonormé, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$A\,(1\,;0\,;0)$; $B\,(1\,;1\,;1)$; $C(7\,;2\,;-1)$

Montrer que le vecteur $\vec{u}\,(-1\,;2\,;-2)$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Exercice 8

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$.

On considère les points :

$A(1\,;-1\,;4)$; $B(7\,;-1\,;-2)$; $C(1\,;5\,;-2)$

1. Justifier que les trois points A, B, C forment un plan.
2. Montrer que le vecteur $\vec{n}\,(1\,;1\,;1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).
3. En déduire que $x+y+z-4=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC).

Exercice 9

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$.

On considère les point $A(2\,;-3\,;-1)$ et $B(-1\,;1\,;0)$.

Déterminer l'équation du plan médiateur du segment $[AB]$.

Exercice 10*

Dans l'espace muni d'un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k}\right)$, on considère les trois points :

$A(1\,;1\,;-2)$; $B(3\,;-1\,;2)$; $C\,(0\,;2\,;1)$

1. Justifier que les trois points définissent un plan.
2. Déterminer un vecteur normal non-nul au plan (ABC) ayant ses coordonnées entières.
3. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

Exercice 11

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z = -2 \\ 3x + y + 2z = -1 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

(On montrera que ce système admet un unique triplet solution).

Exercice 12

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \\ -x + 5y - 9z = -5 \end{cases}$$

(On montrera que ce système n'admet aucune solution)

