23 Le professeur de mathématiques de Maya lui demande de retrouver les polynômes du second degré parmi les fonctions définies ci-dessous.

$f_1(x) = -4x + 2 + x^2$

$f_2(x) = 3x^2 + 7 + (3x - 4)^2$

$f_3(x) = (1 - 5x)^2 - 25x^2$

Maya répond : « Les trois fonctions sont des polynômes du second degré. »

A-t-elle raison ?

25 f est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x - 7)(2x + 4)$$

a) Écrire la forme développée de $f(x)$.

b) Wesley affirme : « La somme des racines de f est 5 et leur produit est -14. »

Procéder de deux façons différentes pour savoir si Wesley a raison.

26 f est la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 9x + 20$$

a) Recopier et compléter pour tout nombre réel x :

$$f(x) = (x - 5)(x - \ldots)$$

b) Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$.

28 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3(x + 5)(x - 7)$$

Recopier et compléter ce tableau de signes.

x	$-\infty$	...		...	$+\infty$
$x+5$		0			
$x-7$				0	
$f(x)$		0		0	

31 Laquelle de ces égalités est vraie pour tout nombre réel x ?

(1) $x^2 + 3x = (x + 6)^2 - 36$

(2) $x^2 - 5x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$

(3) $x^2 + 8x = (x + 4)^2 - 64$

32 f est la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 7$. Laquelle de ces expressions est la forme canonique de f ?

(1) $(x - 1)^2 + 6$ **(2)** $-(x + 1)^2 + 6$

(3) $-(x - 1)^2 + 8$ **(4)** $-(x + 1)^2 + 8$

33 f est la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2(x - 3)^2 - 8$.

Parmi ces expressions, lesquelles sont d'autres écritures de $f(x)$?

(1) $2x^2 - 6x + 4$ **(2)** $2(x - 5)(x - 1)$

(3) $2(x - 7)(x + 1)$ **(4)** $2x^2 - 12x + 10$

34 Dans chaque cas, calculer mentalement le discriminant et indiquer le nombre de solutions de l'équation.

a) $2x^2 + 2x - 1 = 0$ **b)** $-x^2 + 3x - 4 = 0$

c) $3x^2 - 4x + \frac{4}{3} = 0$

35 Octave affirme :

« L'équation $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$ n'a pas de solution. » A-t-il raison ?

36 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^2 + 8x - 5$$

Recopier et compléter pour obtenir la forme canonique de f :

$f(x) = 4\left(x^2 + \ldots x - \frac{\ldots}{\ldots}\right)$

$f(x) = 4\left[(x + \ldots)^2 - \ldots^2 - \frac{5}{4}\right]$

$f(x) = 4\left[(x + \ldots)^2 - \frac{\ldots}{\ldots}\right]$

38 Recopier et relier chaque fonction polynôme du second degré à sa forme canonique.

Fonction	Forme canonique
$-2x^2 - 4x + 3$ •	• $-2(x + 1)^2$
$-2x^2 - 8x - 5$ •	• $-2(x + 2)^2 + 3$
$-2x^2 - 4x - 2$ •	• $-2(x + 1)^2 + 5$

42 **a)** Développer $(2 + \sqrt{3})^2$.

b) Résoudre l'équation suivante :

$$x^2 - (2 - \sqrt{3})x - 2\sqrt{3} = 0$$

Les solutions seront données sous forme simplifiée.

46 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6$$

Parmi les expressions suivantes, déterminer celles qui correspondent à des factorisations de f.

(1) $(2x - 2)(x + 3)$ **(2)** $2(x + 1)^2 - 4$

(3) $2(x + 1)(x - 3)$ **(4)** $2(x - 1)(x + 3)$

47 Dans chaque cas, l'équation a deux solutions.

Déterminer mentalement la somme et le produit de ces solutions.

a) $5x^2 + 4x - 10 = 0$ **b)** $-7x^2 + 2x + 35 = 0$

c) $x - 3x^2 + 1 = 0$ **d)** $7 - 10x + 0{,}5x^2 = 0$

49 **a)** Résoudre l'équation $-x^2 - 4x + 5 = 0$.

b) En déduire une factorisation de $-x^2 - 4x + 5$.

52 g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 3x^2 + x - 2$$

a) Vérifier que -1 est une racine de g.

b) Sans calcul supplémentaire, déterminer le produit des racines de g.

c) En déduire la seconde racine de g.