Correction 1

a. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 3x+5 &= 5x+8 \\ 3x+5-5 &= 5x+8-5 \\ 3x &= 5x+3 \\ 3x-5x &= 5x+3-5x \\ -2x &= 3 \\ \frac{-2x}{-2} &= \frac{3}{-2} \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\frac{3}{2}$.

b. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 5-3x &= 2x+13 \\ 5-3x-5 &= 2x+13-5 \\ -3x &= 2x+8 \\ -3x-2x &= 2x+8-2x \\ -5x &= 8 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{8}{-5} \\ x &= -\frac{8}{5} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\frac{8}{5}$.

c. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 6x-2 &= x-6 \\ 6x-2+2 &= x-6+2 \\ 6x &= x-4 \\ 6x-x &= x-4-x \\ 5x &= -4 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{-4}{5} \\ x &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\frac{4}{5}$.

d. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} -8x-3 &= -3x-6 \\ -8x-3+3 &= -3x-6+3 \\ -8x &= -3x-3 \\ -8x+3x &= -3x-3+3x \\ -5x &= -3 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{-3}{-5} \\ x &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $\frac{3}{5}$.

Correction 2

Le coefficient directeur m de la fonction affine f a pour valeur :

$$m = \frac{f(2{,}4)-f(-0{,}4)}{2{,}4-(-0{,}4)} = \frac{-0{,}5-1{,}6}{2{,}4+0{,}4} = \frac{-2{,}1}{2{,}8} = -0{,}75$$

La fonction f admet une expression de la forme :

$f(x) = -0{,}75{\cdot}x + p \quad p\in\mathbb{R}$

En utilisant l'image de $-0{,}4$, on obtient l'équation :

$$\begin{aligned} f(-0{,}4) &= 1{,}6 \\ -0{,}75\times(-0{,}4)+p &= 1{,}6 \\ 0{,}3+p &= 1{,}6 \\ p &= 1{,}6-0{,}3 \\ p &= 1{,}3 \end{aligned}$$

La fonction f admet pour expression :

$f(x) = -0{,}75{\cdot}x + 1{,}3$

Correction 3

La fonction f admet le tableau de variations suivant :

x	-3	$-1,5$	1	3
Variation de f	$1,5$ ↘	$-1,5$ ↗	1 ↘	0

Correction 4

1. La fonction f est définie sur l'intervalle $\left[-5{,}25\,;\frac{5}{2}\right[$.

2. Voici le tableau de variations de la fonction f :

x	$-5{,}25$	-4	-1	$0{,}5$	$2{,}5$
Variation de f	$0{,}5$ ↗	$2{,}5$ ↘	-1 ↗	$0{,}75$ ↘	$0{,}25$

3. Voici le tableau de signes de la fonction f :

x	$-5{,}25$		-2		0		$2{,}5$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Correction 5

a. $(3x+3)^2 = 9x^2+18x+9$

b. $\left(3x-\frac{3}{2}\right)\left(3x+\frac{3}{2}\right) = 9x^2-\frac{9}{4}$

c. $(x+2)(3x-1) = 3x^2+5x-2$

d. $(4x-3)^2 = 16x^2-24x+9$

Correction 6

a. $(x+1)^2+(2x-1)^2 = (x^2+2x+1)+(4x^2-4x+1)$
$= 5x^2-2x+2$

b. $2x+1+(4x-3)^2 = 2x+1+(16x^2-24x+9)$
$= 16x^2-22x+10$

c. $3+(5+x)^2 = 3+(25+10x+x^2)$
$= x^2+10x+28$

d. $\big[(x+1)(x-1)\big](2x-3) = \big(x^2-1\big)\big(2x-3\big)$
$= 2x^3-3x^2-2x+3$

Correction 7

a. Cette expression s'identifie avec la troisième identité remarquable avec :
$a = x\,;\quad b = 4$
On a la factorisation : $x^2 - 16 = \big(x+4\big)\big(x-4\big)$

b. On a l'égalité suivante :
$x^2 - 10x + 25 = x^2 - 10x + 5^2$
Par identification avec la seconde identité remarquable, on choisit :
$a = x \quad ; \quad b = 5$
Ainsi, le terme du double-produit doit avoir pour valeur :
$-2{\times}a{\times}b = -2{\times}x{\times}5 = -10x$
Ce double-produit correspond au terme en "x" de l'expression. On en déduit la factorisation :
$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$

c. L'expression $x^2{-}2x{+}1$ s'identifie à la seconde identité remarquable avec : $a{=}x \quad ; \quad b{=}1$
Vérifions le terme du double produit :
$2{\times}a{\times}b = 2{\times}x{\times}1 = 2x$
On la factorisation :
$(x-1)^2 = x^2 - 2{\times}x{\times}1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$

On en déduit la factorisation suivante :
$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

d. L'expresison $x^2{+}14x{+}49$ s'identifie à la première identité remarquable avec :
$a{=}x \quad ; \quad b{=}7$
Le terme du double produit a pour valeur :
$2ab = 2{\times}x{\times}7 = 14x$
On en déduit la factorisation :
$x^2 + 14x + 49 = \big(x-7\big)^2$

Correction 8

a. L'expression $4x^2{-}24x{+}9$ s'identifie avec la seconde identité remarquable :
$a = 2x \quad ; \quad b = 3$
Le terme du double-produit a pour expression :
$-2{\times}a{\times}b = -2{\times}2x{\times}3 = -12x$
Ce terme ne correspond pas au terme en "x" de l'expression : cette expression n'est pas factorisable par identification avec une identité remarquable.

b. Le coefficient du terme en "x^2" et le terme numérique n'ont pas le même signe : cette expression ne peut s'identifier avec la première ou la seconde identité remarquable. On en déduit que cette expression ne peut se factoriser à l'aide d'une identité remarquable.

c. L'expression $64x^2{-}9$ s'identifie avec la troisième identité remarquable avec : $a{=}8x \quad ; \quad b{=}3$
On a la factorisation :
$64x^2 - 9 = (8x+3)(8x-3)$

d. L'expression $9x^2{+}30x{+}25$ s'identifie avec la troisième identité remarquable avec : $a{=}3x \quad ; \quad b{=}5$
Le terme du double-produit a pour valeur :
$2{\times}a{\times}b = 2{\times}3x{\times}5 = 30x$
Ce terme correspond au terme en "x" de l'expression. On en déduit la factorisation suivante :
$9x^2 + 30x + 25 = (3x+5)^2$

e. L'expression $9x^2{+}12x{+}4$ s'identifie à la première identité remarquable avec : $a{=}3x \quad ; \quad b{=}2$
Le terme du double produit a pour valeur :
$2{\times}a{\times}b = 2{\times}3x{\times}2 = 12x$
On en déduit la factorisation :
$9x^2 + 12x + 4 = \big(3x+2\big)^2$

f. L'expression $16x^2{+}20x{+}25$ s'identifie avec la première identité remarquable avec : $a{=}4x \quad ; \quad b{=}5$
Le terme du double-produit a pour valeur :
$2{\times}a{\times}b = 2{\times}4x{\times}5 = 40x$
Ce terme ne correspond pas au terme en "x" de l'expression : cette identité remarquable n'est pas factorisable à l'aide d'une identité remarquable.

Correction 9

La formule du calcul de la distance donne :

$$AB = \sqrt{\big(x_B{-}x_A\big)^2 + \big(y_B{-}y_A\big)^2} = \sqrt{\Big(\frac{5}{3}{-}\frac{11}{3}\Big)^2 + \Big(\frac{3}{2}{-}3\Big)^2}$$
$$= \sqrt{\Big(\frac{5-11}{3}\Big)^2 + \Big(\frac{3}{2}-\frac{6}{2}\Big)^2} = \sqrt{\Big(-\frac{6}{3}\Big)^2 + \Big(-\frac{3}{2}\Big)^2}$$
$$= \sqrt{\big(-2\big)^2 + \frac{9}{4}} = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{16}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{16+9}{4}}$$
$$= \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$$

Correction 10

Pour montrer que le triangle ABC est isocèle en C, nous allons effectuer la mesures des deux segments suivants :

- $AC = \sqrt{\big(x_C - x_A\big)^2 + \big(y_C - y_A\big)^2}$
$= \sqrt{\Big[\frac{9}{2} - (-1)\Big]^2 + \big[-2-(-1)\big]^2}$
$= \sqrt{\Big(\frac{9}{2}+1\Big)^2 + (-1)^2} = \sqrt{\frac{121}{4} + 1} = \sqrt{\frac{125}{4}}$
- $BC = \sqrt{\big(x_C - x_B\big)^2 + \big(y_C - y_B\big)^2}$
$= \sqrt{\Big(\frac{9}{2} - 2\Big)^2 + \big(-2-3\big)^2}$
$= \sqrt{\Big(\frac{5}{2}\Big)^2 + \big(-5\big)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + 25} = \sqrt{\frac{125}{4}}$

Ainsi, on vient de montrer que $AC{=}BC$: le triangle ABC est isocèle en C ;

Remarque :
Les longueurs AC et BC peuvent se simplifier ainsi :
$$\sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{25{\times}5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{25}{\times}\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

Correction 11

1. On a :
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(-3-2)^2 + (-1-1)^2}$$
$$= \sqrt{(-5)^2 + (-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$$

2. Les coordonnées du point K, milieu du segment $[AC]$, sont données par la formule :
$$K\Big(\frac{x_A + x_C}{2}\,;\frac{y_A + y_C}{2}\Big) = \Big(\frac{2+1}{2}\,;\frac{1+(-3)}{2}\Big)$$
$$= \Big(\frac{3}{2}\,;\frac{-2}{2}\Big) = \Big(\frac{3}{2}\,;-1\Big)$$

3. En utilisant la propriété suivante :
"Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leurs mi-

lieux."

Il est donc nécessaire que le point D soit placé tel que les deux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ aient pour milieux le point K.

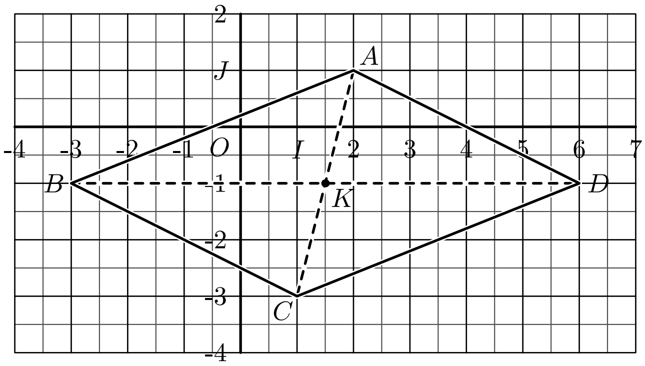
K étant le milieu du segment $[BD]$, on a :

$$K(x_K\,;y_K)=\left(\frac{x_B+x_D}{2}\,;\frac{y_B+y_D}{2}\right)$$

On en éduit les deux équations suivantes :

$x_K=\dfrac{x_B+x_D}{2}$	$y_K=\dfrac{y_B+y_D}{2}$
$\dfrac{3}{2}=\dfrac{(-3)+x_D}{2}$	$-1=\dfrac{(-1)+y_D}{2}$
$3=-3+x_D$	$-2=-1+y_d$
$x_D=6$	$-1=1$

Le point D a pour coordonnée $(6\,;-1)$.



Correction 12

1. Déterminer les milieux des segments $[AB]$ et $[EF]$:

- Le point M milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\right)=\left(\frac{4+(-2)}{2}\,;\frac{3+5}{2}\right)$$
$$=\left(\frac{2}{2}\,;\frac{8}{2}\right)=(1\,;4)$$

- Le point N milieu du segment $[EF]$ a pour coordonnées :

$$N\left(\frac{x_E+x_F}{2}\,;\frac{y_E+y_F}{2}\right)=\left(\frac{2+0}{2}\,;\frac{1+7}{2}\right)$$
$$=\left(\frac{2}{2}\,;\frac{8}{2}\right)=(1\,;4)$$

Les segments $[AB]$ et $[EF]$ ont même milieu.
Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
Le quadrilatère $AEBF$ est un parallélogramme.

2. Déterminons la longueur de côtés consécutifs :

- $$AE=\sqrt{(x_E-x_A)^2+(y_E-y_A)^2}$$
$$=\sqrt{\big[2-(-2)\big]^2+(1-3)^2}=\sqrt{4^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$$

- $$EB=\sqrt{(x_B-x_E)^2+(y_B-y_E)^2}$$
$$=\sqrt{(4-2)^2+(5-1)^2}=\sqrt{2^2+4^2}$$
$$=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$$

Les segments $[AE]$ et $[EB]$ ont même longueurs.
Si un parallélogramme a deux de ses côtés consécutifs de même longueur alors ce parallélogramme est un losange.
$AEBF$ est un losange.

De même, on a les simplifications :
$AE=EB=2\sqrt{5}$

3. Déterminons les deux longueurs suivantes :

- $$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$
$$=\sqrt{\big[4-(-2)\big]^2+(5-3)^2}=\sqrt{6^2+2^2}$$
$$=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$$

- $$EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}$$
$$=\sqrt{(0-2)^2+(7-1)^2}=\sqrt{(-2)^2+6^2}$$
$$=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}$$

On a la simplification :
$AB=EF=\sqrt{40}=\sqrt{2^2\times10}=2\sqrt{10}$

On a : $AB=EF$
Si un losange a ses diagonales de même longueur alors ce losange est un carré.
$AEBF$ est un carré.