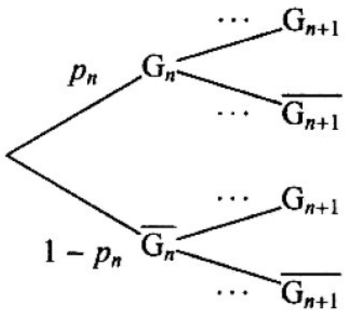
Ex 1 **:** Un site internet propose un jeu en ligne dont les probabilités sont les suivantes :

- Si l'internaute gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante vaut 0,4
- Si l'internaute perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante vaut 0,8



Pour tout entier naturel $n \neq 0$ on désigne l'événement : G_n : « l'internaute gagne la *n*-ème partie » et on note $p_n = p(G_n)$; On sait de plus que la probabilité de gagner la 1ère partie est équiprobable ; soit $p_1 = 0{,}5$

1) Compléter l'arbre pondéré ci-contre
2) Montrer que pour tout $n \geqslant 1$: $p_{n+1} = 0{,}2\, p_n + 0{,}2$
3) On pose $v_n = u_n - 0{,}25$
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique
   b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n
   c) Calculer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$
   d) Conclure dans le contexte de l'exercice

Ex 2 **:** On dispose d'un test de dépistage d'un virus ayant les propriétés :

- On sait que 2% de la population est contaminée *(prévalence)*
- la probabilité qu'un individu contaminé soit positif vaut 0,99 (*sensibilité*)
- la probabilité qu'un individu non contaminé soit négatif vaut 0,97 (*spécificité*)

On fait passer un test à un individu de cette population choisi au hasard et on note :

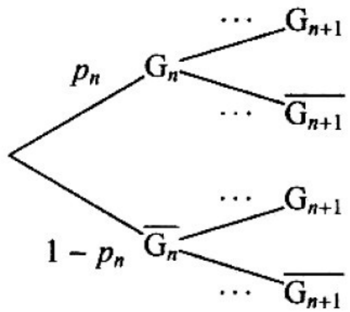
- V : « l'individu est contaminé par ce virus »
- T : « le test est positif »

1) Construire un arbre pondéré de la situation et préciser les valeurs de $p(V)$, $p_V(T)$, $p_{\overline{V}}(T)$
2) Calculer $p(V \cap T)$ et $p(\overline{V} \cap T)$ puis en déduire $p(T)$
3) Les affirmations suivantes sont-elles VRAIES ou FAUSSES ?
   a) A_1 : « Si le test est positif, il y a 40% de chances que l'individu soit contaminé » *(valeur prédictive positive)*
   b) A_2 : « Si le test est négatif, il y a 20% de chances que l'individu ne soit pas contaminé » *(valeur prédictive négative)*
4) Selon vous, ce test de dépistage est-il fiable ?

1ère spe maths Probabilités conditionnelles Oct 2022

Ex 1 **:** Un site internet propose un jeu en ligne dont les probabilités sont les suivantes :

- Si l'internaute gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante vaut 0,4
- Si l'internaute perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante vaut 0,8



Pour tout entier naturel $n \neq 0$ on désigne l'événement : G_n : « l'internaute gagne la *n*-ème partie » et on note $p_n = p(G_n)$; On sait de plus que la probabilité de gagner la 1ère partie est équiprobable ; soit $p_1 = 0{,}5$

1) Compléter l'arbre pondéré ci-contre
2) Montrer que pour tout $n \geqslant 1$: $p_{n+1} = 0{,}2\, p_n + 0{,}2$
3) On pose $v_n = u_n - 0{,}25$
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique
   b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n
   c) Calculer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$
   d) Conclure dans le contexte de l'exercice

Ex 2 **:** On dispose d'un test de dépistage d'un virus ayant les propriétés :

- On sait que 2% de la population est contaminée *(prévalence)*
- la probabilité qu'un individu contaminé soit positif vaut 0,99 (*sensibilité*)
- la probabilité qu'un individu non contaminé soit négatif vaut 0,97 (*spécificité*)

On fait passer un test à un individu de cette population choisi au hasard et on note :

- V : « l'individu est contaminé par ce virus »
- T : « le test est positif »

1) Construire un arbre pondéré de la situation et préciser les valeurs de $p(V)$, $p_V(T)$, $p_{\overline{V}}(T)$
2) Calculer $p(V \cap T)$ et $p(\overline{V} \cap T)$ puis en déduire $p(T)$
3) Les affirmations suivantes sont-elles VRAIES ou FAUSSES ?
   a) A_1 : « Si le test est positif, il y a 40% de chances que l'individu soit contaminé » *(valeur prédictive positive)*
   b) A_2 : « Si le test est négatif, il y a 20% de chances que l'individu ne soit pas contaminé » *(valeur prédictive négative)*
4) Selon vous, ce test de dépistage est-il fiable ?