Exercice 1

1) S est la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison -6 et de premier terme $u_0 = 700$.

Nombre de termes = $\dfrac{304-700}{-6}+1=67$

Donc $S = \dfrac{\text{nombre de termes}\times(\text{premier terme}+\text{dernier terme})}{2} = \dfrac{67\times(700+304)}{2}$.

Par conséquent, **S est égale à 33 634**.

2) a) $u_7 = u_4 + (7-4)r$, c'est-à-dire $\dfrac{1}{2} = -4+3r$. Par conséquent, $\boldsymbol{r} = \dfrac{0,5+4}{3}\mathbf{= 1,5}$.

Par suite, $\boldsymbol{u_0} = u_4 - 4r = -4-4\times 1,5 \mathbf{= -10}$.

b) $\boldsymbol{u_{14}} = u_0 + 14r = -10+14\times 1,5 \mathbf{= 11}$.

3) a) $v_6 = v_2\times q^{6-2} = v_2 \times q^4$. Par suite, $q^4 = \dfrac{v_6}{v_2} = \dfrac{144}{9} = 16 = 2^4$.

Comme q est strictement positive, alors $\boldsymbol{q = 2}$.

Comme $v_2 = v_0\times q^2$, alors $\boldsymbol{v_0} = \dfrac{v_2}{q^2} \mathbf{= \dfrac{9}{4}}$.

b) $\boldsymbol{S'} = 1^{\text{er}}\text{ terme}\times\dfrac{1-q^{\text{nombre de termes}}}{1-q} = v_0\times\dfrac{1-q^{12}}{1-q} \mathbf{= \dfrac{9}{4}\times\dfrac{1-2^{12}}{-1} = 9\,213,75}$.

Exercice 2

1) $\boldsymbol{u_1} = \dfrac{1}{4}\times 9+3 = \dfrac{9}{4}+\dfrac{12}{4} \mathbf{= \dfrac{21}{4}}$; $\boldsymbol{u_2} = \dfrac{1}{4}\times\dfrac{21}{4}+3 = \dfrac{21}{16}+\dfrac{48}{16} \mathbf{= \dfrac{69}{16}}$;

$\boldsymbol{u_3} = \dfrac{1}{4}\times\dfrac{69}{16}+3 = \dfrac{69}{64}+\dfrac{192}{64} \mathbf{= \dfrac{261}{64}}$.

2) a) $v_{n+1} = u_{n+1}-4 = \dfrac{1}{4}u_n + 3 - 4 = \dfrac{1}{4}u_n - 1$.

Comme $v_n = u_n - 4$, alors $u_n = v_n + 4$; par suite, $v_{n+1} = \dfrac{1}{4}(v_n+4)-1 = \dfrac{1}{4}v_n + 1 - 1 = \dfrac{1}{4}v_n$.

On en déduit que **(v_n) est la suite géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$ et de premier terme $\boldsymbol{v_0} = u_0 - 4 \mathbf{= 5}$.**

b) D'après la question précédente, on en déduit que, **pour tout entier naturel n, $\boldsymbol{v_n = 5\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^n}$**.

c) Comme $u_n = v_n + 4$, alors, **pour tout n de $\mathbb{N}$, $\boldsymbol{u_n = 5\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^n + 4}$**.

4) **Pour un A donné, cet algorithme affiche le plus petit entier naturel n tel que $u_n < A$.**