Tale spe maths **Études de Suites numériques** **Oct 2022**

Ex 1 **: (*) -** *Sens de variation de suites*

Étudier le sens de variations des suites (u_n) suivantes :

a) $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$; b) $u_n = \dfrac{2^n}{n}$; c) $u_n = \dfrac{3^n}{n^2}$; d) $u_n = \dfrac{n^2}{n!}$; e) $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \dfrac{1}{2^k}$

Ex 2 **: (**) -** *Suites homographiques*

On donne la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n+3}{u_n+4}$ et $u_0 = 0$

a) On pose $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$; démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme et la raison

b) Exprimer v_n en fonction puis u_n en fonction de n

c) Étudier la convergence de la suite (u_n) et calculer sa limite

Ex 3 : (***) - *Suites récurrentes d'ordre 2*

On donne la suite (u_n) définie par $u_{n+2} = u_{n+1} - \dfrac{1}{2} u_n$ avec $u_0 = -1$, $u_1 = \dfrac{1}{2}$

1) Justifier que (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) a) Soit la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{2} u_n$; montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme et la raison
   b) Exprimer v_n en fonction de n

3) a) Soit la suite (w_n) définie par $w_n = \dfrac{u_n}{v_n}$; montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera le 1er terme et la raison
   b) Exprimer w_n en fonction de n

4) Déduire des questions précédentes l'expression de u_n en fonction de n

Ex 4 **: (**)** - *Limites de suites numériques*

Calculer la limite des suites (u_n) suivantes lorsque n tend vers $+\infty$:

a) $u_n = \dfrac{2n+5}{3n-2}$; b) $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n+1}$; c) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

d) $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$; e) $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \dfrac{1}{2^k}$; f) $u_n = 2^n - n^2 + 2(-1)^n$

Tale spe maths **Études de Suites numériques** **Oct 2022**

Ex 1 **: (*) -** *Sens de variation de suites*

Étudier le sens de variations des suites (u_n) suivantes :

a) $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$; b) $u_n = \dfrac{2^n}{n}$; c) $u_n = \dfrac{3^n}{n^2}$; d) $u_n = \dfrac{n^2}{n!}$; e) $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \dfrac{1}{2^k}$

Ex 2 **: (**) -** *Suites homographiques*

On donne la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n+3}{u_n+4}$ et $u_0 = 0$

a) On pose $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$; démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme et la raison

b) Exprimer v_n en fonction puis u_n en fonction de n

c) Étudier la convergence de la suite (u_n) et calculer sa limite

Ex 3 : (***) - *Suites récurrentes d'ordre 2*

On donne la suite (u_n) définie par $u_{n+2} = u_{n+1} - \dfrac{1}{2} u_n$ avec $u_0 = -1$, $u_1 = \dfrac{1}{2}$

1) Justifier que (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) a) Soit la suite (v_n) définie par $v_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{2} u_n$; montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme et la raison
   b) Exprimer v_n en fonction de n

3) a) Soit la suite (w_n) définie par $w_n = \dfrac{u_n}{v_n}$; montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on précisera le 1er terme et la raison
   b) Exprimer w_n en fonction de n

4) Déduire des questions précédentes l'expression de u_n en fonction de n

Ex 4 **: (**)** - *Limites de suites numériques*

Calculer la limite des suites (u_n) suivantes lorsque n tend vers $+\infty$:

a) $u_n = \dfrac{2n+5}{3n-2}$; b) $u_n = \dfrac{2n^2-1}{n+1}$; c) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

d) $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$; e) $u_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \dfrac{1}{2^k}$; f) $u_n = 2^n - n^2 + 2(-1)^n$