

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité, calculer la fonction dérivée de f en cherchant à factoriser f' , dresser le tableau de variations de f , calculer les limites aux bornes de D_f et déterminer les asymptotes à C_f

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{x-2} & \text{c) } f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2 \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 & \text{e) } f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1} & \text{f) } f(x) = x - 6 + \frac{9}{x-1} \\ \text{g) } f(x) = \sqrt{4-x} + 1 & \text{h) } f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2} & \text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \end{array}$$

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité, calculer la fonction dérivée de f en cherchant à factoriser f' , dresser le tableau de variations de f , calculer les limites aux bornes de D_f et déterminer les asymptotes à C_f

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{x-2} & \text{c) } f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2 \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 & \text{e) } f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1} & \text{f) } f(x) = x - 6 + \frac{9}{x-1} \\ \text{g) } f(x) = \sqrt{4-x} + 1 & \text{h) } f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2} & \text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \end{array}$$

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité, calculer la fonction dérivée de f en cherchant à factoriser f' , dresser le tableau de variations de f , calculer les limites aux bornes de D_f et déterminer les asymptotes à C_f

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{x-2} & \text{c) } f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2 \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 & \text{e) } f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1} & \text{f) } f(x) = x - 6 + \frac{9}{x-1} \\ \text{g) } f(x) = \sqrt{4-x} + 1 & \text{h) } f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2} & \text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \end{array}$$

Ex 1 : Soit A et B les points d'affixes respectives $z_A=1$ et $z_B=-3+2i$. Déterminer puis construire les ensembles Γ_1, Γ_2 et Γ_3 ensemble des points M dont l'affixe z satisfait les conditions suivantes :

$$\text{a) } |z-1|=2 \quad \text{b) } |z-1|=|z+3-2i| \quad \text{c) } |z-3+2i|=1$$

Ex 2 : Soit le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . Soit les points $A(a), B(b), C(c)$ tels que : $a=-2+2i$, $b=-3-6i$ et $c=1$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Ex 3 : Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soit f l'application définie dans $\mathbb{C} \setminus \{-2i\}$ par : $f(z) = \frac{z-2+i}{z+2i}$

où $z=x+iy$ avec $x, y \in \mathbb{R}$

1) Montrer que la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$ sont

$$\Re[f(z)] = \frac{x^2+y^2-2x+3y+2}{x^2+(y+2)^2} \quad \text{et que} \quad \Im[f(z)] = \frac{-x+2y+4}{x^2+(y+2)^2}$$

2) En déduire la nature de :

$$\text{a) } E_1 = \{M(z) \in P_{\mathbb{C}} / f(z) \in \mathbb{R}\} \quad \text{b) } E_2 = \{M(z) \in P_{\mathbb{C}} / f(z) \in i\mathbb{C}\}$$

Ex 4 : Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v})

1) Soit $A(2-5i), B(7-3i)$. Le triangle OAB est rectangle isocèle

2) Soit (Δ) l'ensemble des points $M(z)$ telle que : $|z-i|=|z+2i|$; (Δ) est une droite parallèle à l'axe des réels

3) Soit $z=3+i\sqrt{3}$; Pour tout entier naturel n non nul, $z^{3n} \in i\mathbb{C}$

4) Soit $z \in \mathbb{C}^*$; si $\arg(z) = \frac{\pi}{2}$ alors $|i+z|=1+|z|$

5) Soit $z \in \mathbb{C}^*$; $|z|=1$ alors $z^2 + \frac{1}{z^2} \in \mathbb{R}$

6) $\forall n \in \mathbb{N}$, $(1+i)^{4n} = (-4)^n$

7) Soit (E) l'équation $(z-4)(z^2-4z+8)=0$ avec $z \in \mathbb{C}$; Les points dont les affixes sont les solutions, dans \mathbb{C} , de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8

8) Soit $j = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ alors $1+j+j^2=0$ et $\bar{j}=j^2$