

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité, calculer la fonction dérivée de  $f$  en cherchant à factoriser  $f'$ , dresser le tableau de variations de  $f$ , calculer les limites aux bornes de  $D_f$  et déterminer les asymptotes à  $C_f$

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{x-2} & \text{c) } f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2 \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 & \text{e) } f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1} & \text{f) } f(x) = x - 6 + \frac{9}{x-1} \\ \text{g) } f(x) = \sqrt{4-x} + 1 & \text{h) } f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2} & \text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \end{array}$$

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité, calculer la fonction dérivée de  $f$  en cherchant à factoriser  $f'$ , dresser le tableau de variations de  $f$ , calculer les limites aux bornes de  $D_f$  et déterminer les asymptotes à  $C_f$

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{x-2} & \text{c) } f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2 \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 & \text{e) } f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1} & \text{f) } f(x) = x - 6 + \frac{9}{x-1} \\ \text{g) } f(x) = \sqrt{4-x} + 1 & \text{h) } f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2} & \text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \end{array}$$

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité, calculer la fonction dérivée de  $f$  en cherchant à factoriser  $f'$ , dresser le tableau de variations de  $f$ , calculer les limites aux bornes de  $D_f$  et déterminer les asymptotes à  $C_f$

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = x^3 - 3x^2 + 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1-2x}{x-2} & \text{c) } f(x) = (x^2 + 2x - 3)^2 \\ \text{d) } f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3 & \text{e) } f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1} & \text{f) } f(x) = x - 6 + \frac{9}{x-1} \\ \text{g) } f(x) = \sqrt{4-x} + 1 & \text{h) } f(x) = 5 - \sqrt{9-x^2} & \text{i) } f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \end{array}$$

**Ex 1 :** Soit A et B les points d'affixes respectives  $z_A=1$  et  $z_B=-3+2i$ . Déterminer puis construire les ensembles  $\Gamma_1, \Gamma_2$  et  $\Gamma_3$  ensemble des points M dont l'affixe  $z$  satisfait les conditions suivantes :

$$\text{a) } |z-1|=2 \quad \text{b) } |z-1|=|z+3-2i| \quad \text{c) } |z-3+2i|=1$$

**Ex 2 :** Soit le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . Soit les points  $A(a), B(b), C(c)$  tels que :  $a=-2+2i$ ,  $b=-3-6i$  et  $c=1$ . Quelle est la nature du triangle ABC ?

**Ex 3 :** Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

Soit  $f$  l'application définie dans  $\mathbb{C} \setminus \{-2i\}$  par :  $f(z) = \frac{z-2+i}{z+2i}$

où  $z=x+iy$  avec  $x, y \in \mathbb{R}$

1) Montrer que la partie réelle et la partie imaginaire de  $f(z)$  sont

$$\Re[f(z)] = \frac{x^2+y^2-2x+3y+2}{x^2+(y+2)^2} \quad \text{et que} \quad \Im[f(z)] = \frac{-x+2y+4}{x^2+(y+2)^2}$$

2) En déduire la nature de :

$$\text{a) } E_1 = \{M(z) \in P_{\mathbb{C}} \mid f(z) \in \mathbb{R}\} \quad \text{b) } E_2 = \{M(z) \in P_{\mathbb{C}} \mid f(z) \in i\mathbb{C}\}$$

**Ex 4 :** Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1) Soit  $A(2-5i), B(7-3i)$ . Le triangle  $OAB$  est rectangle isocèle

2) Soit  $(\Delta)$  l'ensemble des points  $M(z)$  telle que :  $|z-i|=|z+2i|$ ;  $(\Delta)$  est une droite parallèle à l'axe des réels

3) Soit  $z=3+i\sqrt{3}$ ; Pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $z^{3n} \in i\mathbb{C}$

4) Soit  $z \in \mathbb{C}^*$ ; si  $\arg(z) = \frac{\pi}{2}$  alors  $|i+z|=1+|z|$

5) Soit  $z \in \mathbb{C}^*$ ;  $|z|=1$  alors  $z^2 + \frac{1}{z^2} \in \mathbb{R}$

6)  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $(1+i)^{4n} = (-4)^n$

7) Soit (E) l'équation  $(z-4)(z^2-4z+8)=0$  avec  $z \in \mathbb{C}$ ; Les points dont les affixes sont les solutions, dans  $\mathbb{C}$ , de (E) sont les sommets d'un triangle d'aire 8

8) Soit  $j = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  alors  $1+j+j^2=0$  et  $\bar{j}=j^2$