

EXERCICE 13

Déterminer la limite de la suite (u_n) dans les cas suivants :

$$1) u_n = \frac{2n+5}{3n-2} \quad 2) u_n = \frac{n}{4} - 2 + \frac{2n}{n^2+5} \quad 3) u_n = \frac{-3n^2+2n+1}{2(n+1)^2}$$

EXERCICE 14

Déterminer la limite de la suite (u_n) dans les cas suivants :

$$1) u_n = \frac{10n-3}{n^2-2} \quad 2) u_n = \frac{2n^2-1}{3n+2} \quad 3) u_n = \frac{3n^2-4}{n+1} - 3n$$

EXERCICE 15

Déterminer la limite de la suite (u_n) à l'aide du théorème des gendarmes ou de comparaison dans les cas suivants :

$$1) u_n = \frac{\cos(2n)}{\sqrt{n}}, n \in \mathbb{N}^* \quad 3) u_n = n+1 - \cos n$$

$$2) u_n = n^2 - 4(-1)^n \quad 4) u_n = \frac{n+(-1)^n}{n^2-1} - 2, n \geq 2.$$

EXERCICE 16

La suite (u_n) est définie pour $n \geq 1$ par : $u_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$

$$3) \text{ Démontrer que pour } n \geq 1 : \frac{n^2}{n^2+n} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2+1}$$

4) En déduire la convergence et la limite de la suite (u_n) .

EXERCICE 26

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N}^* par :

$$u_n = \frac{1}{n+\sqrt{1}} + \frac{1}{n+\sqrt{2}} + \frac{1}{n+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{n+\sqrt{n}}$$

1) Calculer les termes u_1, u_2, u_3 .

Pour les termes u_2 et u_3 , on donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.

$$2) \text{ Montrer que : } \forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{n}{n+\sqrt{n}} \leq u_n \leq \frac{n}{n+1}$$

3) En déduire que la suite converge et calculer sa limite.

EXERCICE 7

Déterminer D_f des fonctions f suivantes puis les limites aux bornes de D_f .

$$1) f(x) = \frac{x^2+3}{1-x} \quad 3) f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$$

$$2) f(x) = \frac{x+2}{(x+3)^2} \quad 4) f(x) = \frac{3-5e^x}{1+2e^x}$$

EXERCICE 9

Déterminer les limites suivantes à l'aide du théorème de composition :

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x^3+x^2+x} \quad 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x^2+5}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{-x+1}{x^2+1}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

EXERCICE 3

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée f' de la fonction f en cherchant à factoriser f' .

$$1) f(x) = \frac{x^3-3x^2+x-1}{6} \quad 4) f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2+x+1}$$

$$2) f(x) = \frac{1-2x}{x-2} \quad 5) f(x) = (x^2+2x-3)^2$$

$$3) f(x) = x-6 + \frac{9}{x-1} \quad 6) f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^3$$

EXERCICE 4

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée f' de la fonction f en cherchant à factoriser f' .

$$1) f(x) = \sqrt{4-x} \quad 2) f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2-x}} \quad 3) f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$$

EXERCICE 5

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée f' de la fonction f .

$$1) f(x) = (x^2+1)e^x \quad 2) f(x) = e^{-x+2} \quad 3) f(x) = xe^{-x}$$

$$4) f(x) = e^{x^2-x} \quad 5) f(x) = e^{\frac{x}{x-1}} \quad 6) f(x) = \cos 2x$$