Limite d'une fonction composée

EXERCICE 9

Déterminer les limites suivantes à l'aide du théorème de composition :

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{-x^3+x^2+x}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-2x^2+5}$

3) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{\dfrac{-x+1}{x^2+1}}$

4) $\lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5) $\lim\limits_{x\to-\infty} \cos\left(\dfrac{\pi x+1}{x+2}\right)$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos\left(\dfrac{1}{e^x}\right)$

7) $\lim\limits_{x\to-3^+} e^{\frac{-2}{x+3}}$ et $\lim\limits_{x\to-3^-} e^{\frac{-2}{x+3}}$

8) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{e^{-x+4}}$

Limites par comparaison

EXERCICE 15

Par un encadrement judicieusement choisi, déterminer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cos x}{x+1}$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{2-\cos x}$

3) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2+x\sin x$

EXERCICE 17

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{2x+\sin x}{x-1}$

1) Déterminer les limites en $\pm\infty$ et en 1.
2) Déterminer les éventuelles asymptotes

Continuité

EXERCICE 18

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=x^2-2x-2 & \text{si } x\leqslant 1 \\ f(x)=\dfrac{x-4}{x} & \text{sinon} \end{cases}$

EXERCICE 19

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=e^x & \text{si } x\leqslant 1 \\ f(x)=-x^2+2x+1 & \text{sinon} \end{cases}$

→ Ex 18 + Ex 19 : Étudier la continuité de chaque fonction

Calculs de dérivées

EXERCICE 3

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée f' de la fonction f en cherchant à factoriser f'.

1) $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+x-1}{6}$

2) $f(x)=\dfrac{1-2x}{x-2}$

3) $f(x)=x-6+\dfrac{9}{x-1}$

4) $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^2+x+1}$

5) $f(x)=(x^2+2x-3)^2$

6) $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)^3$

EXERCICE 4

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée f' de la fonction f en cherchant à factoriser f'.

1) $f(x)=\sqrt{4-x}$

2) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{2-x}}$

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$

EXERCICE 5

Dans chaque cas, donner le domaine de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée f' de la fonction f.

1) $f(x)=(x^2+1)e^x$

2) $f(x)=e^{-x+2}$

3) $f(x)=xe^{-x}$

4) $f(x)=e^{x^2-x}$

5) $f(x)=e^{\frac{x}{x-1}}$

6) $f(x)=\cos 2x$

Convexité

EXERCICE 10

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-2x^2+3x+1$.
   Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=xe^{-x}$.
   Étudier la convexité de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 11

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$

1) Montrer que $f''(x)=\dfrac{(x^2-2x+2)e^x}{x^3}$.
2) En déduire un point d'inflexion éventuel de la courbe $\mathscr{C}_f$.