EXERCICE 6

Résoudre les systèmes suivants dans $\mathbb{C}^2$:

1) $\begin{cases} 3z + z' = 2 - 5i \\ z - z' = -2 + i \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3z + z' = 5 + 2i \\ -z + z' = 1 - 2i \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2iz + z' = 2i \\ 3z - iz' = 1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} z - z' = i \\ iz + z' = 1 \end{cases}$

EXERCICE 8

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations d'inconnue z suivantes :

1) $2\overline{z} = i - 1$ 2) $(2z + 1 - i)(i\,\overline{z} + i - 2) = 0$ 3) $\dfrac{\overline{z} - 1}{\overline{z} + 1} = i$

EXERCICE 11

Dans le plan complexe, M est point d'affixe $z = x + iy$, x et y réels.

À tout complexe $z \neq 1$, on associe : $z' = \dfrac{5z - 2}{z - 1}$

1) Exprimer $z' + \overline{z'}$ en fonction de z et $\overline{z}$.

2) Démontrer que : $z' \in i\,\mathbb{R} \iff$ M point d'un cercle privé d'un point.

EXERCICE 18

1) Résoudre l'équation (E) : $z^2 - 2\cos\theta\, z + 1 = 0$ avec $\theta \in \mathbb{R}$.

2) Dans le plan complexe $(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v})$, A et B sont les points ayant pour affixe les solutions de l'équation (E). Quelles sont les valeurs de θ pour lesquelles le triangle OAB est équilatéral ?

EXERCICE 24

Soit l'équation : $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$

1) Trouver une racine évidente.

2) Résoudre alors l'équation dans $\mathbb{C}$.

EXERCICE 25

Soit l'équation : $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

1) Trouver une racine évidente.

2) Résoudre alors l'équation dans $\mathbb{C}$.

EXERCICE 28

On pose pour tout complexe z : $f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

1) Vérifier que : $f(z) = (z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $f(z) = 0$

T^{ale} spé maths — SOS maths – Expertes — 10/11/2022

EXERCICE 6

Résoudre les systèmes suivants dans $\mathbb{C}^2$:

1) $\begin{cases} 3z + z' = 2 - 5i \\ z - z' = -2 + i \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3z + z' = 5 + 2i \\ -z + z' = 1 - 2i \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2iz + z' = 2i \\ 3z - iz' = 1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} z - z' = i \\ iz + z' = 1 \end{cases}$

EXERCICE 8

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations d'inconnue z suivantes :

1) $2\overline{z} = i - 1$ 2) $(2z + 1 - i)(i\,\overline{z} + i - 2) = 0$ 3) $\dfrac{\overline{z} - 1}{\overline{z} + 1} = i$

EXERCICE 11

Dans le plan complexe, M est point d'affixe $z = x + iy$, x et y réels.

À tout complexe $z \neq 1$, on associe : $z' = \dfrac{5z - 2}{z - 1}$

1) Exprimer $z' + \overline{z'}$ en fonction de z et $\overline{z}$.

2) Démontrer que : $z' \in i\,\mathbb{R} \iff$ M point d'un cercle privé d'un point.

EXERCICE 18

1) Résoudre l'équation (E) : $z^2 - 2\cos\theta\, z + 1 = 0$ avec $\theta \in \mathbb{R}$.

2) Dans le plan complexe $(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v})$, A et B sont les points ayant pour affixe les solutions de l'équation (E). Quelles sont les valeurs de θ pour lesquelles le triangle OAB est équilatéral ?

EXERCICE 24

Soit l'équation : $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$

1) Trouver une racine évidente.

2) Résoudre alors l'équation dans $\mathbb{C}$.

EXERCICE 25

Soit l'équation : $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

1) Trouver une racine évidente.

2) Résoudre alors l'équation dans $\mathbb{C}$.

EXERCICE 28

On pose pour tout complexe z : $f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$

1) Vérifier que : $f(z) = (z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $f(z) = 0$