Pour les exercices 55 à 62, déterminer la limite de f en $+\infty$.

55 f est définie par $f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x - 1$.

56 f est définie par $f(x) = e^{-2x}(e^x + 1)$.

57 f est définie par $f(x) = \dfrac{e^{-3x}}{e^{x+2}}$.

58 f est définie par $f(x) = e^x(x^3 - 3x^2 + x + 6)$.

59 f est définie par $f(x) = \dfrac{e^x}{x^3 - 4x^2 + 3x + 5}$.

60 f est définie par $f(x) = e^{-4x} + x^3 + 5x^2 - 7x - 3$.

61 f est définie par $f(x) = e^{-5x}(x^2 + 9x - 4)$.

62 f est définie par $f(x) = \dfrac{e^{6x}}{x^4 - 2x^3 + x^2 + 7x + 5}$.

Approfondissement

63 Étude de fonction

Calculer – Raisonner

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la relation $f(x) = e^{-2x} + 5x$.

1. Déterminer, en la justifiant, la limite de f en $+\infty$.
   On admet pour la suite que la limite de f en $-\infty$ est $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.
3. En déduire le tableau des variations de la fonction $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer à partir du tableau des variations le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$.
5. Donner une valeur arrondie à 10^{-2} près de chaque solution.

D'après bac STI2D 2016.

64 Produit polynôme et exponentielle

Calculer

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)e^x$ avec a et b réels.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer les réels a et b tels que $f(0) = 2$ et $f'(0) = 3$.
3. Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

65 Tangente à l'origine

Calculer – Représenter

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 - e^x$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
2. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = x\left(1 + \dfrac{1}{x} - \dfrac{e^x}{x}\right)$ et en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
5. Tracer la courbe et la tangente dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

66 Quotient de fonction exponentielle

Calculer – Représenter

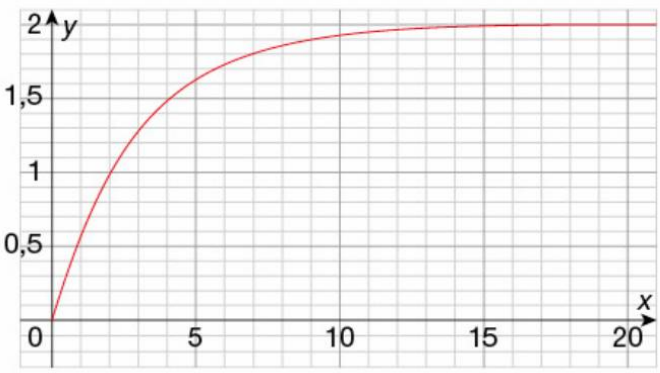
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire pour $\mathscr{C}$?
2. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$ et en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire pour $\mathscr{C}$?
3. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
5. Tracer la courbe et la tangente dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

67 Exploitation graphique

Calculer – Raisonner

On a représenté ci-dessous la courbe représentative de la fonction f définie sur $I = [0 ; +\infty]$ par $f(x) = a(1 - e^{-\frac{x}{b}})$ où a et b sont des réels.



1. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ à l'aide du graphique et en déduire une valeur approchée de a.
2. Calculer $f(b)$.
3. À l'aide du graphique en déduire une valeur approchée à 10^{-1} près de b.
4. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur I.
5. En déduire le sens de variation de f sur I.