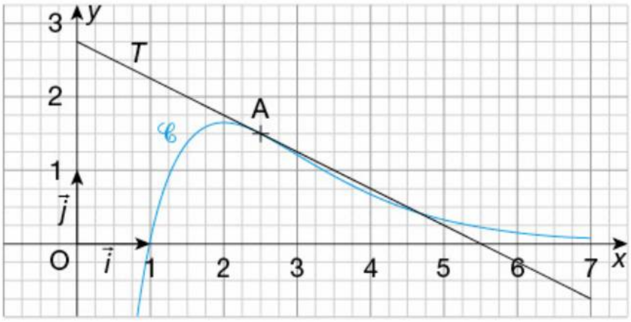
70 Étude graphique et modélisation

Calculer – Modéliser

Sur le graphique ci-dessous, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative, dans le repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



Partie A – Étude graphique

La droite T est tangente à $\mathscr{C}$ au point A(2,5 ; 1,5) et d'ordonnée à l'origine 2,75.

L'axe des abscisses est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$.

Déterminer graphiquement et indiquer sur votre copie :

a. $f(1)$;

b. $f'(2,5)$;

c. Une équation de la tangente T ;

d. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Partie B – Modélisation

On admet qu'il existe deux réels a et b tels que :
pour tout réel x, $f(x) = (ax + b)e^{-x+2,5}$

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b.

2. Exprimer en fonction des réels a et b les nombres suivants : $f(1)$; $f'(2,5)$.

3. Déduire des questions précédentes un système d'équations vérifiées par a et b.

4. Résoudre ce système et en déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

Partie C – Étude algébrique

On admet que pour tout réel x, $f(x) = (x - 1)e^{-x+2,5}$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2. a. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = e^{2,5}\left(\dfrac{x}{e^x} - \dfrac{1}{e^x}\right)$.

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.

b. Étudier le signe de f' et en déduire le tableau des variations de la fonction f en faisant figurer les limites trouvées précédemment.

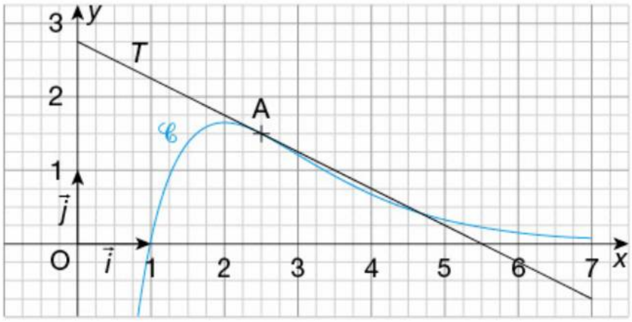
D'après bac STI2D 2016.

T T1 TD 3 – Exponentielles Nov 2022

70 Étude graphique et modélisation

Calculer – Modéliser

Sur le graphique ci-dessous, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative, dans le repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i},\ \vec{j})$, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



Partie A – Étude graphique

La droite T est tangente à $\mathscr{C}$ au point A(2,5 ; 1,5) et d'ordonnée à l'origine 2,75.

L'axe des abscisses est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$.

Déterminer graphiquement et indiquer sur votre copie :

a. $f(1)$;

b. $f'(2,5)$;

c. Une équation de la tangente T ;

d. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Partie B – Modélisation

On admet qu'il existe deux réels a et b tels que :
pour tout réel x, $f(x) = (ax + b)e^{-x+2,5}$

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b.

2. Exprimer en fonction des réels a et b les nombres suivants : $f(1)$; $f'(2,5)$.

3. Déduire des questions précédentes un système d'équations vérifiées par a et b.

4. Résoudre ce système et en déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

Partie C – Étude algébrique

On admet que pour tout réel x, $f(x) = (x - 1)e^{-x+2,5}$.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

2. a. Montrer que pour tout réel x, $f(x) = e^{2,5}\left(\dfrac{x}{e^x} - \dfrac{1}{e^x}\right)$.

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

3. a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x.

b. Étudier le signe de f' et en déduire le tableau des variations de la fonction f en faisant figurer les limites trouvées précédemment.

D'après bac STI2D 2016.