Correction 1

1. Voici les notes de quatre groupes d'élèves au brevet blanc et quelques indicateurs sur chacun des groupes :

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
Notes	5 - 6 - 10 - 10 - 11 - 12 - 12 - 14	6 - 8 - 8 - 8 - 10 - 11 - 14 - 15	8 - 8,5 - 8,5 - 9 - 11 - 11 - 12 - 12	6 - 6 - 7 - 8 - 10 - 11 - 11 - 15
Moyenne	10	10	10	9,25
Etendue	9	9	4	9
Médiane	10,5	9	10	9

2. a. Le groupe 1 et le groupe 2 ont même moyenne et même étendue. La médiane du groupe 1 indique que ce groupe à la moitié de ces élèves ont eu des notes plus élevées que le groupe 2.

   b. Le groupe 2 et le groupe 4 ont la même étendue et la même médiane. La moyenne plus grande du groupe 2 indique que leurs notes dans la première moitié sont davantage regroupés vers la médiane 10 et la seconde moitié vers sa borne supérieure.

   c. La médiane du groupe 3 peut aussi être choisie pour 10,5. Ainsi, Le groupe 1 et le groupe 3 a la même moyenne et la même médiane. L'étendue du groupe 3 étant plus faible indique une classe plus homogène.

Correction 2

1. Le calcul de la moyenne directement à partir de la fréquence de chacune des classes, donne comme calcul et comme résultat :

$$\begin{aligned}\overline{x} &= 0{,}14\times 2{,}5 + 0{,}3\times 7{,}5 + 0{,}25\times 12{,}5 + 0{,}18\times 17{,}5 \\ &\qquad + 0{,}08\times 22{,}5 + 0{,}05\times 27{,}5 \\ &= 12{,}05\end{aligned}$$

2. Pour déterminer la médiane, complétons le tableau d'une ligne des fréquences cumulées croissantes :

Distance (*en km*)	$[0\,;5[$	$[5\,;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$	$[20;25[$	$[25;30[$
Fréquence (*en %*)	14	30	25	18	8	5
F.C.C	14	44	69	87	95	100

La médiane est la valeur partageant la série ordonnée en deux sous-groupes de même effectif : donc ce sera la classe dont la fréquence cumulée croissante vaudra ou dépassera la valeur de 50 %.

Ici c'est la classe $[10\,;15[$.

Correction 3

a. $(x-1)(2x-1) - 3(3+2x)$

$= 2x^2 - x - 2x + 1 - 9 - 6x = 2x^2 - 9x - 8$

b. $(3-x)(2x+1) + 2(x+2)$

$= (6x + 3 - 2x^2 - x) + (2x+4)$

$= 6x + 3 - 2x^2 - x + 2x + 4 = -2x^2 + 7x + 7$

Correction 4

a. $(5x+2)(3x+4) + (x-2)(3x+4)$

$= (3x+4)\big[(5x+2) + (x-2)\big]$

$= (3x+4)(5x+2+x-2) = (3x+4)6x$

$= 6x(3x+4)$

b. $(3-x)(2x+4) - (3-x)(3x-4)$

$= (3-x)\big[(2x+4) - (3x-4)\big]$

$= (3-x)(2x+4-3x+4) = (3-x)(-x+8)$

Correction 5

1. Les seules équations ne présentant pas de terme en x^2 après un développement et un réduction sont les équations des questions b. et e..

2. On a les résolutions suivantes :

- $$\begin{aligned} x^2 - 8 &= (x+3)(1+x) \\ x^2 - 8 &= x + x^2 + 3 + 3x \\ x^2 - 8 &= x^2 + 4x + 3 \\ x^2 - x^2 - 4x &= 3 + 8 \\ -4x &= 11 \\ x &= \frac{11}{-4} \\ x &= -\frac{11}{4} \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} 3x(4x-1) - (2x-5)(6x+4) &= 0 \\ 12x^2 - 3x - (12x^2 + 8x - 30x - 20) &= 0 \\ 12x^2 - 3x - 12x^2 - 8x + 30x + 20 &= 0 \\ 19x + 20 &= 0 \\ 19x &= -20 \\ x &= -\frac{20}{19} \end{aligned}$$

Correction 6

Le nouveau loyer sera de : $V_1 = V_0 + 17 = 357$

En notant V_0 le loyer de référence et V_1 le nouveau loyer :

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{17}{340} = 0{,}05$$

Ainsi, le taux d'évolution est de 0,05 et le pourcentage d'évolution est de :

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0}\times 100 = 5\,\%$$

Correction 7

1. Avant l'augmentation des mesures de ses côtés, le périmètre $\mathcal{P}$ du carré est de :

   $4\cdot x$

   Le côté du carré mesurant x et lui appliquant une augmentation de 10 %, la mesure c' de son nouveau côté vaut :

   $$c' = x\cdot\Big(1 + \frac{10}{100}\Big) = x\cdot(1+0{,}1) = 1{,}1\cdot x$$

   Ainsi, son nouveau périmètre $\mathcal{P}'$ mesure désormais :

   $\mathcal{P}' = 4\times 1{,}1x = 4{,}4x$

   Ainsi, le taux d'évolution en pourcentage du périmètre vaut :

$$\frac{\mathcal{P}'-\mathcal{P}}{\mathcal{P}}\times 100=\frac{4{,}4x-4x}{4x}\times 100$$
$$=\frac{0{,}4x}{4x}\times 100=0{,}1\times 100=+10\,\%$$

Son périmètre a connu une évolution de $+10\,\%$.

2. Avant son augmentation, l'aire $\mathcal{A}$ du carré était de x^2. On a vu à la question précédente qu'après l'évolution des mesures de ses côtés, chacun de ses côtés mesure $1{,}1{\cdot}x$. Ainsi, après l'augmentation de ses mesures, sa nouvelle aire $\mathcal{A}'$ est de :

$$\mathcal{A}'=(1{,}1{\cdot}x)^2=1{,}21{\cdot}x^2$$

Ainsi, le taux d'évolution en pourcentage est de :

$$\frac{\mathcal{A}'-\mathcal{A}}{\mathcal{A}}\times 100=\frac{1{,}21{\cdot}x^4-x^4}{x^4}\times 100$$
$$=\frac{0{,}21{\cdot}x^4}{x^4}\times 100=+21\,\%$$

Son aire a connu une évolution de $+21\,\%$.

Correction 8

Notons L et ℓ respectivement la longueur et la largeur du rectangle. Ainsi, l'aire $\mathcal{A}$ de ce rectangle a pour valeur :

$$\mathcal{A}=L\times\ell$$

Le coefficient multiplicateur associé à une évolution de $+20\,\%$ a pour valeur :

$$1+\frac{20}{100}=1+0{,}2=1{,}2$$

En notant L' et ℓ' respectivement la longueur et la largeur du rectangle suite à l'évolution. Alors, on a les relations :

$$L'=L\times 1{,}2 \quad ; \quad \ell'=\ell\times 1{,}2$$

Ainsi, l'aire $\mathcal{A}'$ du rectangle après l'évolution est :

$$\mathcal{A}'=L'\times\ell'=\big(1{,}2{\cdot}L\big){\cdot}\big(1{,}2{\cdot}\ell\big)=1{,}44{\cdot}\big(L\times\ell\big)=1{,}44{\cdot}\mathcal{A}$$

Ainsi, l'évolution de l'aire a pour taux en pourcentage :

$$\frac{\mathcal{A}'-\mathcal{A}}{\mathcal{A}}\times 100=\frac{1{,}44{\cdot}\mathcal{A}-\mathcal{A}}{\mathcal{A}}\times 100=\frac{\big(1{,}44-1\big){\cdot}\mathcal{A}}{\mathcal{A}}\times 100$$
$$=\frac{0{,}44{\cdot}\mathcal{A}}{\mathcal{A}}\times 100=0{,}44\times 100=44\,\%$$

Correction 9

a.
$$\frac{2x-1}{3}=5x+1$$
$$3\times\frac{2x-1}{3}=3\times(5x+1)$$
$$2x-1=15x+3$$
$$2x-15x=3+1$$
$$-13x=4$$
$$x=\frac{4}{-13}$$
$$x=-\frac{4}{13}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{-\frac{4}{13}\right\}$

b.
$$(x+1)(2-x)=(2x-4)(5x-3)$$
$$(x+1)(2-x)-(2x-4)(5x-3)=0$$
$$(x+1)(2-x)-\big[-2(2-x)\big](5x-3)=0$$
$$(2-x)\big[(x+1)+2(5x-3)\big]=0$$
$$(2-x)(x+1+10x-6)=0$$
$$(2-x)(11x-5)=0$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$$\mathcal{S}=\left\{2\,;\frac{5}{11}\right\}$$

c.
$$\frac{x-4}{3}=x-2$$
$$3\times\left(\frac{x-4}{3}\right)=3\times(x-2)$$
$$x-4=3x-6$$
$$x-3x=-6+4$$
$$-2x=-2$$
$$x=\frac{-2}{-2}$$
$$x=1$$

L'ensemble des solutions est $\{1\}$.

Correction 10

a. On a les transformations algébriques suivantes :

$$10x^2+30x+30=x^2+5$$
$$10x^2+30x+30-x^2-5=0$$
$$9x^2+30x+25=0$$

Le membre de gauche de l'équation s'identifie avec la première des identités remarquables. On en déduit :

$$(3x+5)^2=0$$

Un produit est nul si, et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations suivantes :

$$3x+5=0$$
$$3x=-5$$
$$x=-\frac{5}{3}$$

Cette équation admet pour solution le nombre $-\frac{5}{3}$.

b. On a les transformations algébriques suivantes :

$$x^2+1=2x$$
$$x^2-2x+1=0$$

Le membre de gauche de l'équation s'identifie avec la seconde des identités remarquables. On en déduit :

$$(x-1)^2=0$$

Un produit est nul si, et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient l'équation suivante :

$$x-1=0$$
$$x=1$$

Cette équation admet pour solution le nombre 1.

c. On a les transformations algébriques suivantes :

$$16x^2+4x+3=4x+7$$
$$16x^2+4x+3-4x-7=0$$
$$16x^2-4=0$$

Le membre de gauche de l'équation s'identifie avec la première des identités remarquables. On en déduit :

$$(4x+2)(4x-2)=0$$

Un produit est nul si, et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations suivantes :

$$4x+2=0 \qquad\Big|\qquad 4x-2=0$$
$$4x=-2 \qquad\Big|\qquad 4x=2$$
$$x=\frac{-2}{4} \qquad\Big|\qquad x=\frac{2}{4}$$
$$x=-\frac{1}{2} \qquad\Big|\qquad x=\frac{1}{2}$$

Cette équation admet deux solutions : $-\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{1}{2}$.

Correction 11

a. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 3x+5 &= 5x+8 \\ 3x+5-5 &= 5x+8-5 \\ 3x &= 5x+3 \\ 3x-5x &= 5x+3-5x \\ -2x &= 3 \\ \frac{-2x}{-2} &= \frac{3}{-2} \\ x &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\dfrac{3}{2}$.

b. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 5-3x &= 2x+13 \\ 5-3x-5 &= 2x+13-5 \\ -3x &= 2x+8 \\ -3x-2x &= 2x+8-2x \\ -5x &= 8 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{8}{-5} \\ x &= -\frac{8}{5} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\dfrac{8}{5}$.

c. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} 6x-2 &= x-6 \\ 6x-2+2 &= x-6+2 \\ 6x &= x-4 \\ 6x-x &= x-4-x \\ 5x &= -4 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{-4}{5} \\ x &= -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $-\dfrac{4}{5}$.

d. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} -8x-3 &= -3x-6 \\ -8x-3+3 &= -3x-6+3 \\ -8x &= -3x-3 \\ -8x+3x &= -3x-3+3x \\ -5x &= -3 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{-3}{-5} \\ x &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $\dfrac{3}{5}$.

Correction 12

Le coefficient directeur m de la fonction affine f a pour valeur :

$$m = \frac{f(2{,}4)-f(-0{,}4)}{2{,}4-(-0{,}4)} = \frac{-0{,}5-1{,}6}{2{,}4+0{,}4} = \frac{-2{,}1}{2{,}8} = -0{,}75$$

La fonction f admet une expression de la forme :

$f(x) = -0{,}75{\cdot}x+p \quad p\in\mathbb{R}$

En utilisant l'image de $-0{,}4$, on obtient l'équation :

$$\begin{aligned} f(-0{,}4) &= 1{,}6 \\ -0{,}75\times(-0{,}4)+p &= 1{,}6 \\ 0{,}3+p &= 1{,}6 \\ p &= 1{,}6-0{,}3 \\ p &= 1{,}3 \end{aligned}$$

La fonction f admet pour expression :

$f(x) = -0{,}75{\cdot}x+1{,}3$

Correction 13

Ci-dessous sont présentées deux méthodes de résolution :

- Les points A et B appartenant à la droite représentative de la fonction f, le coefficient directeur de la fonction f a pour valeur :

$$m = \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{4-(-1)}{5-2} = \frac{5}{3}$$

Ainsi, la fonction f admet une expression de la forme :

$f(x) = \dfrac{5}{3}x+p \quad$ où $b\in\mathbb{R}$.

Le point A appartenant à la droite représentative de la fonction f, on a l'égalité :

$$\begin{aligned} f(2) &= -1 \\ \frac{5}{3}\times2+p &= -1 \\ \frac{10}{3}+p &= -1 \\ p &= -1-\frac{10}{3} \\ p &= -\frac{13}{3} \end{aligned}$$

On obtient l'expression algébrique de la fonction f :

$f(x) = \dfrac{5}{3}x-\dfrac{13}{3}$

- La fonction affine f admet une expression de la forme :

$f(x) = m\times x+p \quad$ où $m\in\mathbb{R}$ ou $p\in\mathbb{R}$

Or, les points A et B appartenant à la droite représentative de la fonction affine f, on a les égalités :

$$\begin{aligned} f(2) &= -1 \\ m\times2+p &= -1 \\ 2m+p &= -1 \end{aligned} \qquad\Bigg|\qquad \begin{aligned} f(5) &= 4 \\ m\times5+p &= 4 \\ 5m+p &= 4 \end{aligned}$$

Ainsi, on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} 2m+p = -1 \\ 5m+p = 4 \end{cases}$$

Par soustraction des égalités membre à membre, on obtient :

$$\begin{aligned} 2m-5m &= -1-4 \\ -3m &= -5 \\ m &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

En utilisant la première équation, on obtient :

$$\begin{aligned} 2m+p &= -1 \\ 2\times\frac{5}{3}+p &= -1 \\ \frac{10}{3}+p &= -1 \\ p &= -1-\frac{10}{3} \\ p &= -\frac{13}{3} \end{aligned}$$

On en déduit l'expression algébrique de la fonction f :

$f(x) = \frac{5}{3}x - \frac{13}{3}$

