Correction 1

1.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(1-x)(2x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2.

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$-2x+4$		$+$	0	$-$		$-$	
$(x-3)(-2x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Correction 2

a. Le coefficient du second degré de ce polynôme est positif ; cette fonction admet un minimum en :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{6} = \frac{1}{2}$$

La valeur de ce minimum est de :

$$f\Big(\frac{1}{2}\Big) = 3\times\Big(\frac{1}{2}\Big)^2 - 3\times\frac{1}{2} + 2 = 3\times\Big(\frac{1}{2}\Big)^2 - 3\times\frac{1}{2} + 2$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{6}{4} + \frac{8}{4} = \frac{5}{4}$$

On obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Variation de f	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{5}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

b. Le coefficient du second degré de ce polynôme est négatif ; cette fonction admet un maximum en :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{-2} = -1$$

La valeur de ce maximum est de :

$$g(1) = -(-1)^2 - 2\times(-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$$

On obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Variation de g	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Correction 3

1. Le polynôme $x^2{+}4x{+}5$ admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 4^2 - 4\times1\times5 = 16 - 20 = -4$$

Ce discriminant étant strictement négatif, le polynôme n'admet aucune racine : sa courbe représentative n'intercepte pas l'axe des abscisses.

Le coefficient du second degré étant positive, sa courbe représentative admet un minimum.

On en déduit que la courbe représentative du polynôme $x^2{+}4x{+}5$ est la courbe $\mathscr{C}_\ell$.

2. Le polynôme $-x^2{+}2x{+}2$ admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 2^2 - 4\times(-1)\times2 = 4 + 8 = 12$$

Ce discriminant étant strictement positif, le polynôme admet deux racines : sa courbe représentative intercepte l'axe des abscisses en deux points.

Le coefficient du second degré étant négatif, sa courbe représentative admet un maximum.

On en déduit que la courbe représentative du polynôme $-x^2{+}2x{+}2$ est la courbe $\mathscr{C}_g$.

3. Le polynôme $4x^2{-}4x{+}1$ admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = (-4)^2 - 4\times4\times1 = 16 - 16 = 0$$

Ce discriminant étant nul, le polynôme admet une unique racine : sa courbe représentative intercepte l'axe des abscisses en un seul point.

Le coefficient du second degré étant positif, sa courbe représentative admet un minimum.

On en déduit que la courbe représentative du polynôme $4x^2{-}4x{+}1$ est la courbe $\mathscr{C}_f$.

4. Le polynôme $-x^2{-}1$ admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 0^2 - 4\times(-1)\times(-1) = -4$$

Ce discriminant étant strictement négatif, le polynôme n'admet aucune racine : sa courbe représentative n'intercepte pas l'axe des abscisses.

Le coefficient du second degré étant négatif, sa courbe représentative admet un maximum.

On en déduit que la courbe représentative du polynôme $-x^2{-}1$ est la courbe $\mathscr{C}_h$.

5. Le polynôme $x^2{-}2x{-}1$ admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = (-2)^2 - 4\times1\times(-1) = 4 + 4 = 8$$

Ce discriminant étant strictement positif, le polynôme admet deux racines : sa courbe représentative intercepte l'axe des abscisses en deux points.

Le coefficient du second degré étant strictement positif, sa courbe représentative admet un minimum.

On en déduit que la courbe représentative du polynôme $x^2{-}2x{-}1$ la courbe $\mathscr{C}_k$.

6. Le polynôme $-x^2{+}2x{-}1$ admet pour discriminant :
$$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 2^2 - 4\times(-1)\times(-1) = 4 - 4 = 0$$

Ce discriminant étant nul, le polynôme admet une unique racine : sa courbe représentative intercepte l'axe des abscisses en un seul point.

Le coefficient du second degré étant strictement négatif, sa courbe représentative admet un maximum.

On en déduit que la courbe représentative du polynôme $-x^2{+}2x{-}1$ est la courbe $\mathscr{C}_j$.

Correction 4

1. a. On a les transformations algébriques suivantes :
$$2{\cdot}\big(x-3\big)\big(x-1\big) = \big(2{\cdot}x-6\big)\big(x-1\big)$$
$$= 2{\cdot}x^2 - 2{\cdot}x - 6{\cdot}x + 6 = 2{\cdot}x^2 - 8{\cdot}x + 6 = f(x)$$

b. Utilisons la forme factorisée :
$$f(x) = 0$$
$$2{\cdot}\big(x-3\big)\big(x-1\big) = 0$$
Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$2=0$	$x-3=0$	$x-1=0$
Impossible	$x=3$	$x=1$

L'ensemble des solutions est : $\mathcal{S}=\{1\,;3\}$

(c.) De la forme factorisée, on en déduit le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$2\cdot(x-3)$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble des solutions de cette équation est : $\mathcal{S}=[1\,;3]$.

2. (a.) • $f(x)+2=\big(2\cdot x^2-8\cdot x+6\big)+2=2\cdot x^2-8\cdot x+8$

• $2(x-2)^2=2\big(x^2-4\cdot x+4\big)=2\cdot x^2-8\cdot x+8$

On en déduit l'identité : $f(x)+2=2\big(x-2\big)^2$

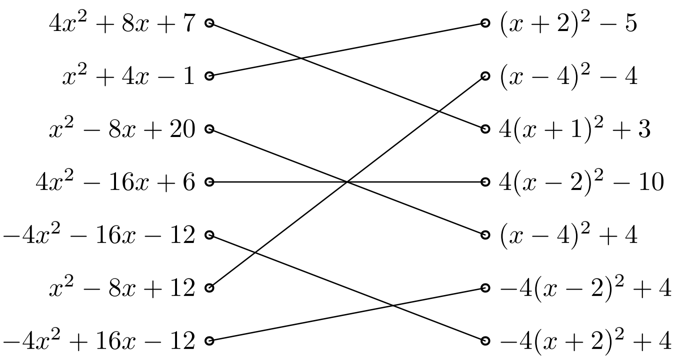
(b.) Le carré d'un nombre étant toujours positif ou nul, pour tout nombre réel x, on a :

$$\big(x-2\big)^2\geqslant 0$$
$$2\cdot\big(x-2\big)^2\geqslant 0$$

D'après la question précédente :

$$f(x)+2\geqslant 0$$
$$f(x)\geqslant -2$$

Correction 5



Correction 6

Une video est accessible

a. Cherchons les racines de x^2+4x-5 :

Le discrimant de ce polynome du second degré est :
$\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times1\times(-5)=16+20=36$

On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{36}=6$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-6}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+6}{2}=\frac{2}{2}=1$$

b. Cherchons les racines de x^2+x+1 :

Le discrimant de ce polynome du second degré est :
$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times1=-3$

Le discriminat de ce trinôme est strictement négatif ; il n'admet aucune racine.

c. Cherchons les racines de $2x^2-13x+15$:

Le discrimant de ce polynome du second degré est :
$\Delta=b^2-4ac=(-13)^2-4\times2\times15=169-120=49$

On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{49}=7$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{13-7}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{13+7}{4}=\frac{20}{4}=5$$

d. Cherchons les racines de $3x^2-6x+3$:

Le discrimant de ce polynome du second degré a pour valeur :
$\Delta=b^2-4ac=(-6)^2-4\times3\times3=36-36=0$

Le discriminant étant nul, ce polynôme du second degré admet une unique racine :
$x=-\dfrac{b}{2\cdot a}=-\dfrac{-6}{2\times3}=\dfrac{6}{6}=1$

Correction 7

a. Le discriminant du polynôme $-2\cdot x^2-5\cdot x-3$ a pour valeur :
$\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=\big(-5\big)^2-4\times(-2)\times(-3)=25-24=1$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{1}=1$

Le discriminant étant strictement positif, on en déduit les deux racines du polynôme :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)-1}{2\times(-2)}=\frac{4}{-4}=-1$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-(-5)+1}{2\times(-2)}=\frac{6}{-4}=-\frac{3}{2}$$

On en déduit que les racines de ce polynôme sont :
$-\dfrac{3}{2}$ et -1

b. Le polynôme $2\cdot x^2+5\cdot x+2$ admet pour discriminant :
$\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=5^2-4\times2\times2=25-16=9$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=3$

Le discriminant étant strictement positif, on en déduit les deux raince du polynôme :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-5-3}{2\times2}=\frac{-8}{4}=-2$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-5+3}{2\times2}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$$

Les solutions sont : -2 ou $-\dfrac{1}{2}$

c. Le polynôme x^2+x-2 admet pour discriminant :
$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 1^2 - 4\times1\times(-2) = 1+8 = 9$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-1-3}{2\times1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-1+3}{2\times1} = \frac{2}{2} = 1$$

Les solutions sont : $-2 \quad ; \quad 1$

d. Le polynôme $3{\cdot}x^2+4{\cdot}x+2$ admet pour discriminant :
$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 4^2 - 4\times3\times2 = 16-24 = -8$

Le discriminant étant strictement négatif, ce polynôme n'admet aucune racine.

Correction 8

- Le carré $ABCD$ a pour aire : $\mathcal{A}_1 = x\times x = x^2$
- Le carré $CEFG$ a pour aire : $\mathcal{A}_2 = \big(6-x\big)\big(3-x\big)$

L'aire $\mathcal{A}$ de la partie hachurée a pour expression :
$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = x^2 + \big(6-x\big)\big(3-x\big)$

$= x^2 + 18 - 6{\cdot}x - 3{\cdot}x + x^2 = 2{\cdot}x^2 - 9{\cdot}x + 18$

Souhaitant que l'aire totale mesure $8\,cm^2$, on résoud l'équation :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 8 \\ 2{\cdot}x^2 - 9{\cdot}x + 18 &= 8 \\ 2{\cdot}x^2 - 9{\cdot}x + 18 - 8 &= 0 \\ 2{\cdot}x^2 - 9{\cdot}x + 10 &= 0 \end{aligned}$$

Le membre de gauche est un polynôme du second degré dont le discriminant a pour valeur :
$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = \big(-9\big)^2 - 4\times2\times10 = 81-80 = 1$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$

Le discriminant étant strictement positif, on en déduit que cette équation admet les deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-(-9)-1}{2\times2} = \frac{9-1}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-(-9)+1}{2\times2} = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

On en déduit l'ensemble de cette équation : $\mathcal{S} = \Big\{2\,;\,\frac{5}{2}\Big\}$

