On désigne par x un réel appartenant à l'intervalle $[0\,;80]$.
Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges.
Parmi les cubes bleus, 40 % ont leurs faces marquées d'un cercle, 20 % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.
Parmi les cubes rouges, 20 % ont leurs faces marquées d'un cercle, x % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

Partie A : expérience 1

On tire au hasard un cube de l'urne.

1. Démontrer que la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est égale à $0,12+0,004x$.
2. Déterminer x pour que la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange soit égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile.
3. Déterminer x pour que les évènements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.
4. On suppose dans cette question que $x=50$.
   Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.

Partie B : expérience 2

On tire au hasard simultanément 3 cubes de l'urne.
Les résultats seront arrondis au millième.

1. Quelle est la probabilité de tirer au moins un cube rouge ?
2. Quelle est la probabilité que les cubes tirés soient de la même couleur ?
3. Quelle est la probabilité de tirer exactement un cube marqué d'un cercle ?

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives.
On admet que :

- la probabilité qu'il gagne la première partie est de $0,1$;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,8$;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,6$.

On note, pour tout entier naturel n non nul :

- G_n l'évènement « le joueur gagne la n-ième partie » ;
- p_n la probabilité de l'évènement G_n.

On a donc $p_1=0,1$.

1. Montrer que $p_2=0,62$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
2. Le joueur a gagné la deuxième partie. Calculer la probabilité qu'il ait perdu la première.
3. Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins une partie sur les trois premières parties.
4. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1}=\frac{1}{5}p_n+\frac{3}{5}$.
5. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul,
   $p_n=\frac{3}{4}-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n$.
6. Déterminer la limite de la suite (p_n) quand n tend vers $+\infty$.
7. Pour quelles valeurs de l'entier naturel n a-t-on : $\frac{3}{4}-p_n<10^{-7}$?

Tale spé **SOS Maths – Probabilités** **15/12/2022**

On désigne par x un réel appartenant à l'intervalle $[0\,;80]$.
Une urne contient 100 petits cubes en bois dont 60 sont bleus et les autres rouges.
Parmi les cubes bleus, 40 % ont leurs faces marquées d'un cercle, 20 % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.
Parmi les cubes rouges, 20 % ont leurs faces marquées d'un cercle, x % ont leurs faces marquées d'un losange et les autres ont leurs faces marquées d'une étoile.

Partie A : expérience 1

On tire au hasard un cube de l'urne.

1. Démontrer que la probabilité que soit tiré un cube marqué d'un losange est égale à $0,12+0,004x$.
2. Déterminer x pour que la probabilité de tirer un cube marqué d'un losange soit égale à celle de tirer un cube marqué d'une étoile.
3. Déterminer x pour que les évènements « tirer un cube bleu » et « tirer un cube marqué d'un losange » soient indépendants.
4. On suppose dans cette question que $x=50$.
   Calculer la probabilité que soit tiré un cube bleu sachant qu'il est marqué d'un losange.

Partie B : expérience 2

On tire au hasard simultanément 3 cubes de l'urne.
Les résultats seront arrondis au millième.

1. Quelle est la probabilité de tirer au moins un cube rouge ?
2. Quelle est la probabilité que les cubes tirés soient de la même couleur ?
3. Quelle est la probabilité de tirer exactement un cube marqué d'un cercle ?

Un joueur débute un jeu vidéo et effectue plusieurs parties successives.
On admet que :

- la probabilité qu'il gagne la première partie est de $0,1$;
- s'il gagne une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,8$;
- s'il perd une partie, la probabilité de gagner la suivante est égale à $0,6$.

On note, pour tout entier naturel n non nul :

- G_n l'évènement « le joueur gagne la n-ième partie » ;
- p_n la probabilité de l'évènement G_n.

On a donc $p_1=0,1$.

1. Montrer que $p_2=0,62$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.
2. Le joueur a gagné la deuxième partie. Calculer la probabilité qu'il ait perdu la première.
3. Calculer la probabilité que le joueur gagne au moins une partie sur les trois premières parties.
4. Montrer que pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1}=\frac{1}{5}p_n+\frac{3}{5}$.
5. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul,
   $p_n=\frac{3}{4}-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n$.
6. Déterminer la limite de la suite (p_n) quand n tend vers $+\infty$.
7. Pour quelles valeurs de l'entier naturel n a-t-on : $\frac{3}{4}-p_n<10^{-7}$?