SOS Maths - expertes **Arithmétique dans $\mathbb{Z}$** **Janv 2023**

Ex 1 : Déterminer les entiers relatifs n qui vérifient :

a) $n^2+n=20$ b) $n^2+2n=35$ c) $n^2+4n=12$

Ex 2 : Déterminer les entiers relatifs n tel que :

a) $n+4$ divise $n+11$ b) $n+2$ divise $5n-4$

Ex 3 : Déterminer les entiers relatifs n tel que : $\dfrac{n+17}{n-4}\in\mathbb{N}$

Ex 4 : Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation Diophantienne : $17x-23y=2$

Ex 5 : Démontrer que : $\forall n\in\mathbb{Z}$, $6 \mid n(n^2-1)$

Ex 6 : Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $(E): xy-5x-5y-7=0$
on pourra montrer que $(E) \Leftrightarrow (x-5)(y-5)=32$

Ex 7 : Déterminer $n\in\mathbb{N}$ tel que $(3n^2+15n+19)$ soit divisible par $(n+1)$

Ex 8 : Démontrer que $\forall n\in\mathbb{N}$, $11 \mid 5^{2n}-14^n$

a) En utilisant la factorisation $a^n-b^n=(a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k}b^k$
b) En utilisant les propriétés de congruences

Ex 9 : Soit *n* un entier naturel. Montrer qu'il existe exactement deux valeurs de *n* pour lesquelles $A=\dfrac{4n-1}{n+1}\in\mathbb{Z}$

Ex 10 : Soit *n* est un entier naturel , $a=7n+4$ et $b=5n+3$; Montrer, pour tout *n*, que *a* et *b* sont premiers entre eux

Ex 11 : Pour tout entier naturel, *n* supérieur ou égal à 5, on considère les nombres entiers : $a=n^3-n^2-12n$ et $b=2n^2-7n-4$

a) Démontrer que $n-4$ divise *a* et que $n-4$ divise *b*
b) Déterminer $PGCD(n+3, 2n+1)$
c) En déduire $PGCD(a,b)$

SOS Maths - expertes **Arithmétique dans $\mathbb{Z}$** **Janv 2023**

Ex 1 : Déterminer les entiers relatifs n qui vérifient :

a) $n^2+n=20$ b) $n^2+2n=35$ c) $n^2+4n=12$

Ex 2 : Déterminer les entiers relatifs n tel que :

a) $n+4$ divise $n+11$ b) $n+2$ divise $5n-4$

Ex 3 : Déterminer les entiers relatifs n tel que : $\dfrac{n+17}{n-4}\in\mathbb{N}$

Ex 4 : Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation Diophantienne : $17x-23y=2$

Ex 5 : Démontrer que : $\forall n\in\mathbb{Z}$, $6 \mid n(n^2-1)$

Ex 6 : Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $(E): xy-5x-5y-7=0$
on pourra montrer que $(E) \Leftrightarrow (x-5)(y-5)=32$

Ex 7 : Déterminer $n\in\mathbb{N}$ tel que $(3n^2+15n+19)$ soit divisible par $(n+1)$

Ex 8 : Démontrer que $\forall n\in\mathbb{N}$, $11 \mid 5^{2n}-14^n$

a) En utilisant la factorisation $a^n-b^n=(a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^{n-1-k}b^k$
b) En utilisant les propriétés de congruences

Ex 9 : Soit *n* un entier naturel. Montrer qu'il existe exactement deux valeurs de *n* pour lesquelles $A=\dfrac{4n-1}{n+1}\in\mathbb{Z}$

Ex 10 : Soit *n* est un entier naturel , $a=7n+4$ et $b=5n+3$; Montrer, pour tout *n*, que *a* et *b* sont premiers entre eux

Ex 11 : Pour tout entier naturel, *n* supérieur ou égal à 5, on considère les nombres entiers : $a=n^3-n^2-12n$ et $b=2n^2-7n-4$

a) Démontrer que $n-4$ divise *a* et que $n-4$ divise *b*
b) Déterminer $PGCD(n+3, 2n+1)$
c) En déduire $PGCD(a,b)$