Calculer la limite des suites définie sur $\mathbb{N}$ par :

1. $u_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(3 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$
2. $v_n = \left(\frac{1}{n} - 2\right)\left(3 + \sqrt{n}\right)$
3. $w_n = \frac{5 - \sqrt{26}}{2n^2 + 1}$
4. $x_n = \frac{n^2 + 1}{2 - \sqrt{2}}$

Calculer la limite des suites définie sur $\mathbb{N}$ par :

1. $u_n = n^3 - n^2 + 3n + 1$
2. $v_n = \frac{2n^2 + 3n}{n^2 + n + 1}$
3. $w_n = \frac{2n^2 + 3n}{n + 1}$
4. $x_n = \frac{2n + 3}{n^2 + 1}$

Calculer la limite des suites définie sur $\mathbb{N}^*$ par :

1. $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$
2. $b_n = \frac{\sqrt{n} - 2}{\sqrt{n} + 1}$
3. $c_n = \frac{2\sqrt{n} - n}{\sqrt{n} + n}$
4. $d_n = \frac{\sqrt{n}}{n^2}$

Déterminer la limite des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

1. $u_n = n^2 + \cos n$
2. $v_n = \sin n - n$
3. $w_n = \sqrt{n^2 + 1}$
4. $x_n = (-1)^n - \frac{n}{\sqrt{n}}$

Déterminer la limite des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

1. $a_n = \frac{n + (0,9)^n}{n}$
2. $b_n = \frac{2^n - 3^n}{3^n - 1}$

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$$

1. Montrer que (u_n) est minorée par 2.
2. Montrer que (u_n) est décroissante.
3. Conclure quant à la convergence de la suite (u_n).
4. Déterminer la limite de cette suite en par le théorème du point fixe

---

La suite (u_n) est définie pour tout entier n par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{9}{u_n}\right) \end{cases}$.

1. Dresser le tableau de variation de la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{9}{x}\right)$.
2. Montrer par récurrence que la suite (u_n) est minorée par 3.
3. Étudier le sens de variation de (u_n).
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).

On considère les suites (x_n) et (y_n) telles que $x_0 = 4$, $y_0 = 0$ et, $\begin{cases} x_{n+1} = \frac{2}{3}x_n - \frac{1}{2}y_n \\ y_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{2}{3}y_n \end{cases}$ pour tout entier naturel n :

On pose $r_n = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}$

1. Montrer que (r_n) est une suite géométrique.
2. En déduire la limite de la suite (r_n).
3. Justifier que pour tout entier naturel n, on a $x_n \leq r_n$ et $y_n \leq r_n$.
4. En déduire que les suites (x_n) et (y_n) convergent et déterminer leur limite.