

EXERCICE 1**Divisibilité par 17****(3 points)**

Montrer que pour tout entier naturel n : $16^{2n+1} + 18^n$ est divisible par 17.

EXERCICE 2**Divisibilité par 13****(6 points)**

Soit n un entier naturel tel que : $n = 10a + b$ avec $a, b \in \mathbb{N}$.

- 1) Prouver que n est divisible par 13 si, et seulement si, $a + 4b$ est divisible par 13.
(On raisonnera par double implication).
- 2) Donner un critère simple de divisibilité par 13.
- 3) **Sans calculatrice**, déterminer les multiples de 13 parmi les entiers suivants :

6 567, 6 666, 8 888, 569 556

Aide : on pourra réitérer le processus autant de fois que nécessaire.

EXERCICE 3**Divisibilité par 11****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel n : $3 \times 4^n + 2$ est divisible par 11 ?

EXERCICE 4**Divisibilité par 7****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel n : $n^2 - 2n$ est divisible par 7 ?

EXERCICE 5**Vrai-Faux****(5 points)**

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en vous justifiant :

- 1) **Proposition 1** : Si $ab \equiv 0 \pmod{6}$ alors $a \equiv 0 \pmod{6}$ ou $b \equiv 0 \pmod{6}$.
- 2) **Proposition 2** : Si $2x \equiv 4 \pmod{12}$ alors $x \equiv 2 \pmod{12}$.
- 3) **Proposition 3** : Si $7 - x \equiv 5 \pmod{3}$ alors $x \equiv 2 \pmod{3}$.

EXERCICE 6

Soit n un entier naturel non nul. On pose : $a = 3n + 1$ et $b = 5n - 1$.

- 1) Montrer que $\text{pgcd}(a, b)$ est un diviseur de 8.
- 2) Pour quelles valeurs de n , $\text{pgcd}(a, b) = 8$.

EXERCICE 1**Divisibilité par 17****(3 points)**

Montrer que pour tout entier naturel n : $16^{2n+1} + 18^n$ est divisible par 17.

EXERCICE 2**Divisibilité par 13****(6 points)**

Soit n un entier naturel tel que : $n = 10a + b$ avec $a, b \in \mathbb{N}$.

- 1) Prouver que n est divisible par 13 si, et seulement si, $a + 4b$ est divisible par 13.
(On raisonnera par double implication).
- 2) Donner un critère simple de divisibilité par 13.
- 3) **Sans calculatrice**, déterminer les multiples de 13 parmi les entiers suivants :

6 567, 6 666, 8 888, 569 556

Aide : on pourra réitérer le processus autant de fois que nécessaire.

EXERCICE 3**Divisibilité par 11****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel n : $3 \times 4^n + 2$ est divisible par 11 ?

EXERCICE 4**Divisibilité par 7****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel n : $n^2 - 2n$ est divisible par 7 ?

EXERCICE 5**Vrai-Faux****(5 points)**

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en vous justifiant :

- 1) **Proposition 1** : Si $ab \equiv 0 \pmod{6}$ alors $a \equiv 0 \pmod{6}$ ou $b \equiv 0 \pmod{6}$.
- 2) **Proposition 2** : Si $2x \equiv 4 \pmod{12}$ alors $x \equiv 2 \pmod{12}$.
- 3) **Proposition 3** : Si $7 - x \equiv 5 \pmod{3}$ alors $x \equiv 2 \pmod{3}$.

EXERCICE 6

Soit n un entier naturel non nul. On pose : $a = 3n + 1$ et $b = 5n - 1$.

- 1) Montrer que $\text{pgcd}(a, b)$ est un diviseur de 8.
- 2) Pour quelles valeurs de n , $\text{pgcd}(a, b) = 8$.