

**EXERCICE 1****Divisibilité par 17****(3 points)**

Montrer que pour tout entier naturel  $n$  :  $16^{2n+1} + 18^n$  est divisible par 17.

**EXERCICE 2****Divisibilité par 13****(6 points)**

Soit  $n$  un entier naturel tel que :  $n = 10a + b$  avec  $a, b \in \mathbb{N}$ .

- 1) Prouver que  $n$  est divisible par 13 si, et seulement si,  $a + 4b$  est divisible par 13.  
(On raisonnera par double implication).
- 2) Donner un critère simple de divisibilité par 13.
- 3) **Sans calculatrice**, déterminer les multiples de 13 parmi les entiers suivants :

6 567, 6 666, 8 888, 569 556

Aide : on pourra réitérer le processus autant de fois que nécessaire.

**EXERCICE 3****Divisibilité par 11****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel  $n$  :  $3 \times 4^n + 2$  est divisible par 11 ?

**EXERCICE 4****Divisibilité par 7****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel  $n$  :  $n^2 - 2n$  est divisible par 7 ?

**EXERCICE 5****Vrai-Faux****(5 points)**

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en vous justifiant :

- 1) **Proposition 1** : Si  $ab \equiv 0 \pmod{6}$  alors  $a \equiv 0 \pmod{6}$  ou  $b \equiv 0 \pmod{6}$ .
- 2) **Proposition 2** : Si  $2x \equiv 4 \pmod{12}$  alors  $x \equiv 2 \pmod{12}$ .
- 3) **Proposition 3** : Si  $7 - x \equiv 5 \pmod{3}$  alors  $x \equiv 2 \pmod{3}$ .

**EXERCICE 6**

Soit  $n$  un entier naturel non nul. On pose :  $a = 3n + 1$  et  $b = 5n - 1$ .

- 1) Montrer que  $\text{pgcd}(a, b)$  est un diviseur de 8.
- 2) Pour quelles valeurs de  $n$ ,  $\text{pgcd}(a, b) = 8$ .

**EXERCICE 1****Divisibilité par 17****(3 points)**

Montrer que pour tout entier naturel  $n$  :  $16^{2n+1} + 18^n$  est divisible par 17.

**EXERCICE 2****Divisibilité par 13****(6 points)**

Soit  $n$  un entier naturel tel que :  $n = 10a + b$  avec  $a, b \in \mathbb{N}$ .

- 1) Prouver que  $n$  est divisible par 13 si, et seulement si,  $a + 4b$  est divisible par 13.  
(On raisonnera par double implication).
- 2) Donner un critère simple de divisibilité par 13.
- 3) **Sans calculatrice**, déterminer les multiples de 13 parmi les entiers suivants :

6 567, 6 666, 8 888, 569 556

Aide : on pourra réitérer le processus autant de fois que nécessaire.

**EXERCICE 3****Divisibilité par 11****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel  $n$  :  $3 \times 4^n + 2$  est divisible par 11 ?

**EXERCICE 4****Divisibilité par 7****(3 points)**

Pour quelles valeurs de l'entier naturel  $n$  :  $n^2 - 2n$  est divisible par 7 ?

**EXERCICE 5****Vrai-Faux****(5 points)**

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses en vous justifiant :

- 1) **Proposition 1** : Si  $ab \equiv 0 \pmod{6}$  alors  $a \equiv 0 \pmod{6}$  ou  $b \equiv 0 \pmod{6}$ .
- 2) **Proposition 2** : Si  $2x \equiv 4 \pmod{12}$  alors  $x \equiv 2 \pmod{12}$ .
- 3) **Proposition 3** : Si  $7 - x \equiv 5 \pmod{3}$  alors  $x \equiv 2 \pmod{3}$ .

**EXERCICE 6**

Soit  $n$  un entier naturel non nul. On pose :  $a = 3n + 1$  et  $b = 5n - 1$ .

- 1) Montrer que  $\text{pgcd}(a, b)$  est un diviseur de 8.
- 2) Pour quelles valeurs de  $n$ ,  $\text{pgcd}(a, b) = 8$ .