

PRIMITIVATION DIRECTE ET TECHNIQUES PARTICULIÈRES

- 1) Déterminer directement sans aucun calcul d'intégrale une primitive des fonctions suivantes :
- 1) $x \mapsto xe^{-3x^2}$.
 - 2) $x \mapsto \frac{1}{x(\ln x)^4}$.
 - 3) $x \mapsto \frac{1}{(x+2)^2}$.
 - 4) $x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$.
 - 5) $x \mapsto \frac{1}{\operatorname{th} x}$.
 - 6) $x \mapsto \frac{x^2}{1+x^3}$.
 - 7) $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$.
 - 8) $x \mapsto \tan^2 x$.
 - 9) $x \mapsto \frac{\sin(2x)}{1+\cos^2 x}$.
 - 10) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$.
 - 11) $x \mapsto \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\tan x}}$.
 - 12) $x \mapsto \frac{1}{x+\sqrt{x}}$.
 - 13) $x \mapsto \frac{\ln \ln x}{x}$.
 - 14) $x \mapsto e^{e^x+x}$.
 - 15) $x \mapsto \frac{1}{x+x(\ln x)^2}$.
 - 16) $x \mapsto \sqrt{x^4+x^2}$.
 - 17) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x^3}}$.
 - 18) $x \mapsto \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$.

- 2) Calculer une primitive des fonctions suivantes :
- 1) $x \mapsto \cos^4 x \sin^2 x$.
 - 2) $x \mapsto \cos^3 x \sin(3x)$.

- 3) Calculer une primitive des fonctions suivantes :
- 1) a) $x \mapsto \frac{1}{1+x+x^2}$.
 - b) $x \mapsto \frac{2-5x}{1+x^2}$.
 - c) $x \mapsto \frac{3x+2}{2x^2-4x+3}$.
 - d) $x \mapsto \frac{1}{x^2-2x+5}$.
 - 2) $x \mapsto \frac{1}{x^3-1}$.

CHANGEMENT DE VARIABLE

- 8) Calculer une primitive des fonctions suivantes :
- 1) $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}$ en posant $t = \sqrt{e^x-1}$.
 - 2) $x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x}}$ en posant $t = \sqrt{1+x}$.
 - 3) $x \mapsto \frac{1}{\operatorname{ch} x}$ en posant : a) $t = e^x$.
b) $t = \operatorname{sh} x$. c) $t = \operatorname{th} x$.
 - 4) $x \mapsto \sin(\ln x)$ en posant $t = \ln x$.
 - 5) $x \mapsto \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ en posant $t = \sqrt{x^2-1}$.
 - 6) $x \mapsto \sqrt{1-x^2}$ en posant $x = \sin t$.
 - 7) $x \mapsto \frac{1}{1+\tan x}$ en posant $t = \tan x$.
 - 8) $x \mapsto \frac{1}{\sin x + \sin(2x)}$ en posant $t = \cos x$.

TECHNIQUES ÉLÉMENTAIRES DE CALCUL INTÉGRAL

- 9) Calculer :
- 1) $\int_{-1}^1 t^2 \sqrt{1-t^2} dt$ en posant $t = \sin \theta$.
 - 2) $\int_0^1 \frac{dt}{e^t+1}$ en posant $x = e^t$.
 - 3) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{d\theta}{\cos \theta}$ en posant $x = \sin \theta$.
 - 4) $\int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t^2+t+1}}$ En utilisant $\operatorname{argsh}(x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.
 - 5) $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{\ln t}{t^2+1} dt$ en posant $u = \frac{1}{t}$.