Ex 1 : Extrait DC 2020

PARTIE I **ÉTUDE D'UNE FONCTION**

On considère la fonction f définie et dérivable sur $]4\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+96x}{x-4}$.

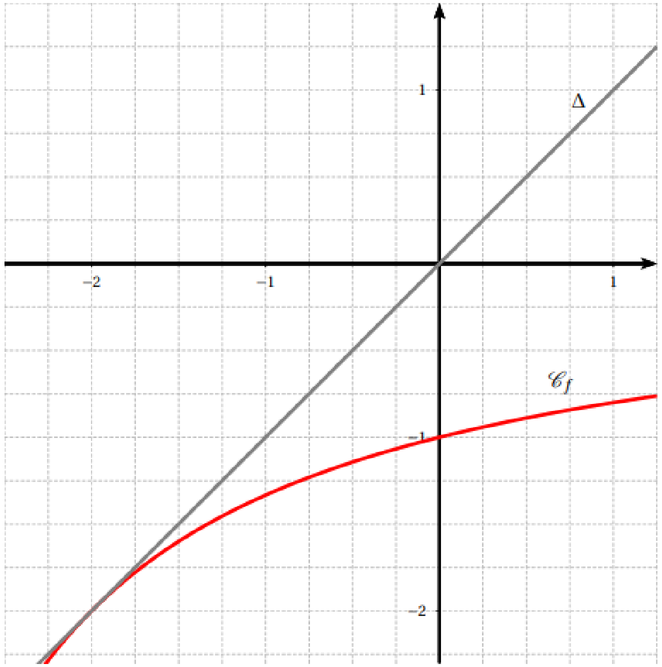
1. Établir que f', la fonction dérivée de f est définie sur $]4\,;+\infty[$ par $f'(x)=\dfrac{x^2-8x-384}{(x-4)^2}$.
2. Étudier le sens de variation de f sur $]4\,;+\infty[$ et indiquer la valeur de l'extremum mis en évidence.

Ex 2 : Extrait DC 2020

PARTIE I **ÉTUDE D'UNE SUITE (u_n)**

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{-4}{4+u_n} \end{cases}$

1. Calculer, à la main, et en détaillant les étapes, les valeurs exactes de u_1 et u_2. Vous donnerez le résultat sous forme de fractions simplifiées.
2. Donner à l'aide de la calculatrice, les valeurs arrondies à 10^{-3} de u_5, u_{10}, u_{15} et u_{20}.
3. Soit f la fonction définie sur $]-4\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{-4}{4+x}$ et Δ la droite d'équation $y=x$.
   La courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite Δ sont représentées dans le repère ci-dessous.
   Placer le terme u_0 sur l'axe des abscisses puis construire les termes u_1, u_2, u_3 et u_4.



4. Conjecturer le sens de variation et la convergence de la suite (u_n).

PARTIE II **ÉTUDE D'UNE SUITE (v_n)**

Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n=\dfrac{2-6n}{2+3n}$

1. Calculer la valeur exacte simplifiée de v_{20}.
2. Soit g la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{2-6x}{2+3x}$
   (a) Déterminer $g'(x)$. En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $[0\,;+\infty[$.
   (b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n) et justifier que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a $v_n \leqslant 1$.
3. (a) Étudier le signe de $g(x)+2$ sur $[0\,;+\infty[$.
   (b) En déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a $v_n > -2$

PARTIE III **LIEN ENTRE CES DEUX SUITES**

1. Pour tout n de $\mathbb{N}$, exprimer $\dfrac{-4}{4+v_n}$ en fonction de n.
2. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, on a : $v_{n+1}=\dfrac{-4}{4+v_n}$.
3. Justifier que les deux suites (u_n) et (v_n) sont égales.

PARTIE IV **UTILISATION D'UN ALGORITHME**

1. **Recopier** et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il détermine et affiche la valeur du rang n à partir duquel tous les termes de la suite (u_n) seront inférieurs ou égaux à $-1{,}98$.

```
n=0
u=1
while ............ :
   n= ......
   u= ......
print(n)
```

2. En vous appuyant sur la méthode de votre choix, déterminer la valeur de n qui sera affichée par l'algorithme. Justifier.

Ex 3 : Extrait DC 2020

(Faire une figure précise de la situation)

Soit $ABCD$ un parallélogramme. Les points E, F et G sont définis par :

$$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{AD} \quad ; \quad \overrightarrow{CF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad ; \quad \overrightarrow{DG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$$

Démontrer que les droites (EF) et (AG) sont parallèles.

On pourra exprimer les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AG}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ par exemple (ou tout autre couple de vecteurs non colinéaires) ou bien raisonner dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$.