Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par l'expression :
$$f(x) = \left(5x^2+5x-4\right)\cdot\sqrt{x}$$

1. Etablir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{25\cdot x^2+15\cdot x-4}{2\cdot\sqrt{x}}$$

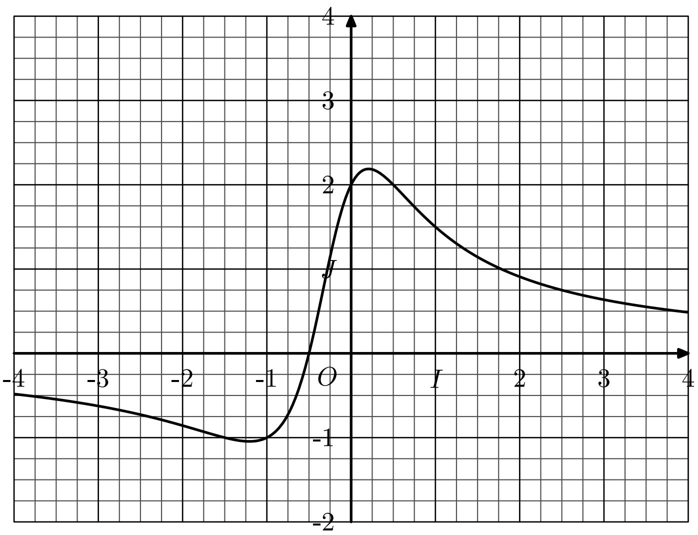
2. Dresser le tableau de signes de la fonction f' sur $\mathbb{R}_+^*$.

3. En admettant les deux limites suivantes :
$$\lim_{x\mapsto 0^+} f(x) = 0 \quad ; \quad \lim_{x\mapsto +\infty} f(x) = +\infty$$
Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 2

On considère la fonction f définie par la relation est :
$$f(x) = \frac{4\cdot x+2}{2\cdot x^2+x+1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



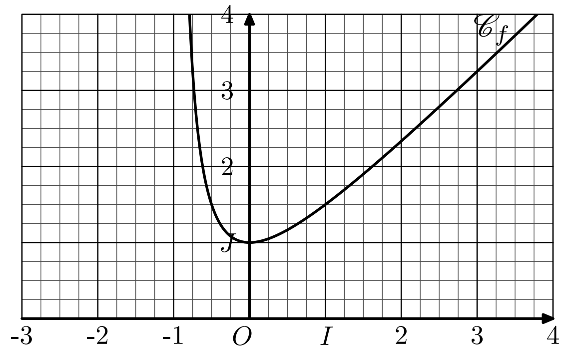
1. a. Effectuer le tracé de la droite (d_1) dont l'équation est :
$$y = \frac{1}{2}\cdot x - \frac{1}{2}$$
   b. Effectuer le tracé de la droite (d_2) dont l'équation est :
$$y = 2\cdot x+2$$
   c. Effectuer le tracé de la droite (d_3) dont l'équation est :
$$y = -x+\frac{5}{2}$$

2. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction f.
   b. Donner les valeurs des nombres dérivées de la fonction f en -1, 0 et $\frac{1}{2}$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\left]-1\,;+\infty\right[$ dont l'expression est donnée par la relation :
$$f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



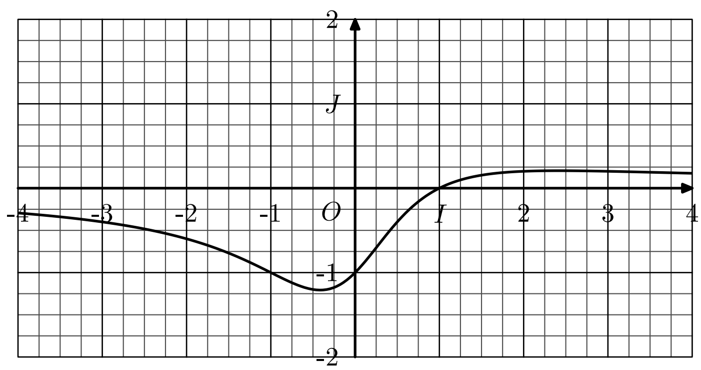
1. Etablir que la fonction f' dérivée de la fonction f a pour expression : $f'(x) = \dfrac{x^2+2\cdot x}{(x+1)^2}$

2. On considère les droites (d) et (Δ) tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisses respectives $-\frac{1}{2}$ et 1.
   a. Déterminer les équations réduites des tangentes (d) et (Δ).
   b. Tracer les droites (d) et (Δ).

Exercice* 4

On considère la fonction f définie par la relation :
$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\big(O\,;I\,;J\big)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{-x^2+2x+1}{\left(x^2+1\right)^2}.$$

2. a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en 1.
   b. En déduire l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   c. Effectuer le tracé de la droite (d).

3. a. Déterminer la valeur des réels a, b et c réalisant l'identité suivante :
$$x^3-x^2-x+1 = (x-1)(a\cdot x^2+b\cdot x+c)$$
   b. Déterminer la forme factorisé du polynôme :
$$x^3-x^2-x+1$$
   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
$$f(x) = \frac{1}{2}\cdot x - \frac{1}{2}$$

4. Donner l'ensemble des coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la tangente (d).