Correction 1

a. De la première équation, on déduit la valeur de l'inconnue x en fonction de l'inconnue y :

$$x - 3y = 8$$
$$x = 3y + 8$$

En substituant dans la seconde équation, l'inconnue x par son expression en fonction de y, on obtient :

$$4x + y = -7$$
$$4(3y+8) + y = -7$$
$$12y + 32 + y = -7$$
$$13y = -7 - 32$$
$$13y = -39$$
$$y = \frac{-39}{13}$$
$$y = -3$$

En utilisant la valeur de y dans l'expression de l'inconnue x, on a :

$$x = 3y + 8 = 3\times(-3) + 8 = -9 + 8 = -1$$

On en déduit que le couple $(-1\,;-3)$ est solution du système (S).

b. Le système (S) : $\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ 5x + 10y = 20 \end{cases}$

est équivalent au système : (S) : $\begin{cases} 10x + 15y = 50 \\ 10x + 20y = 40 \end{cases}$

Par soustraction de la première équation par la seconde équation, on obtient l'équation :

$$15y - 20y = 50 - 40$$
$$-5y = 10$$
$$y = \frac{10}{-5}$$
$$y = -2$$

En utilisant la valeur de y dans la première équation, on obtient :

$$2x + 3y = 10$$
$$2x + 3\times(-2) = 10$$
$$2x - 6 = 10$$
$$2x = 10 + 6$$
$$2x = 16$$
$$x = \frac{16}{2}$$
$$x = 8$$

Ainsi, le système (S) admet le couple $(8\,;-2)$ pour solution.

Correction 2

On a :

$$\begin{cases} x + 2y - z = -2 \\ 3x + y + 2z = -1 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 3x + y + 2z = -1 \\ 3x - 3y + 9z = 9 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 5y - 5z = -5 \\ 9y - 12z = -15 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 45y - 45z = -45 \\ 45y - 60z = -75 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 45y - 45z = -45 \\ 15z = 30 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 45y - 45z = -45 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 45y - 90 = -45 \\ z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ 45y = 45 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6y - 3z = -6 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 3x + 6 - 6 = -6 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 3x = -6 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Correction 3

a. La droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(1\,;-2)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :

(d) : $x - 2{\cdot}y + c = 0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses copordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$x_A - 2{\cdot}y_A + c = 0$$
$$-5 - 2\times2 + c = 0$$
$$-9 + c = 0$$
$$c = 9$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :

$x - 2{\cdot}y + 9 = 0$

b. La droite (d) admettant le vecteur $\overrightarrow{u}(-2\,;-4)$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :

(d) : $-2{\cdot}x - 4{\cdot}y + c = 0 \qquad c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (d), ses copordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :

$$-2{\cdot}x_A - 4{\cdot}y_A + c = 0$$
$$-2\times(-1) - 4\times3 + c = 0$$
$$2 - 12 + c = 0$$
$$-10 + c = 0$$
$$c = 10$$

La droite (d) a pour équation cartésienne :

$-2{\cdot}x - 4{\cdot}y + 10 = 0$

Correction 4

Une video est accessible

1. Le point K milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\Big(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\frac{y_A + y_B}{2}\Big) = \Big(\frac{-2+4}{2}\,;\frac{-3+1}{2}\Big)$$
$$= \Big(\frac{2}{2}\,;\frac{-2}{2}\Big) = (1\,;-1)$$

2. La médiatrice du segment $[AB]$ étant une droite perpendiculaire à la droite (AB), on en déduit que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur orthogonal à la droite (d).

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (4-(-2)\,;1-(-3))$$
$$= (4+2\,;1+3) = (6\,;4)$$

3. On en déduit que la droite (d) admet pour équation cartésienne, une équation de la forme suivante :

$6{\cdot}x + 4{\cdot}y + c = 0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point K appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient cette équation :

$$6{\cdot}x_K + 4{\cdot}y_K + c = 0$$
$$6\times1 + 4\times(-1) + c = 0$$
$$6 - 4 + c = 0$$
$$2 + c = 0$$
$$c = -2$$

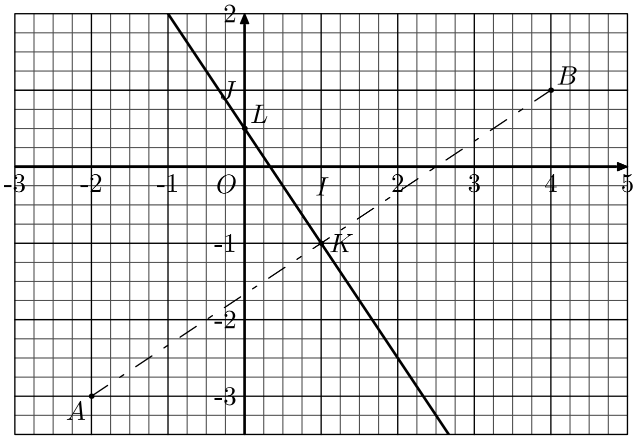
La droite (d) admet pour équation cartésienne :

$6{\cdot}x + 4{\cdot}y - 2 = 0$

4. Le point K appartient à la droite (d). Déterminons les coordonnées du point L d'abscisse 0 appartenant à la droite (d). On a :

$$6\cdot x_L + 4\cdot y_L - 2 = 0$$
$$6\times 0 + 4\cdot y_L - 2 = 0$$
$$4\cdot y_L - 2 = 0$$
$$4\cdot y_L = 2$$
$$y_L = \frac{1}{2}$$

Voici la représentation de la droite (d) dans le repère :



Correction 5

1. Par lecture de l'équation cartésienne, on obtient le vecteur $\overrightarrow{u}(-1;-3)$

2. La droite (Δ) étant parallèle à la droite (d), le vecteur $\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur de la droite (Δ). Ainsi, la droite (Δ) admet une équation cartésienne de la forme :
$-3\cdot x + y + c = 0$ où $c\in\mathbb{R}$

Le point A appartenant à la droite (Δ), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (Δ) :
$$-3\cdot x_A + y_A + c = 0$$
$$-3\times(-2) + 2 + c = 0$$
$$6 + 2 + c = 0$$
$$c = -8$$

La droite (Δ) admet pour équation cartésienne :
$-3\cdot x + y - 8 = 0$

3. a. Le vecteur $\overrightarrow{v}$ étant normal à la droite (d') et la droite (d') étant perpendiculaire à la droite (d), on en déduit que le vecteur $\overrightarrow{v}$ est un vecteur directeur de la droite (d).

Ainsi, prenons le vecteur $-\overrightarrow{u}$ pour vecteur normal à la droite (d') :
$\overrightarrow{v}(1;3)$

b. La droite (d') admettant le vecteur $\overrightarrow{v}$ pour vecteur normal, on en déduit que la droite (d') admet une équation cartésienne de la forme :
$x + 3\cdot y + c = 0$ où $c\in\mathbb{R}$

Le point B appartenant à la droite (d'), ses coordonnées vériofient l'équation cartésienne de la droite (d') :
$$x_B + 3\cdot y_B + c = 0$$
$$3 + 3\times(-1) + c = 0$$
$$3 - 3 + c = 0$$
$$c = 0$$

La droite (d') admet pour équation cartésienne :
$x + 3\cdot y = 0$

Correction 6

1. La droite (d) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(2;1)$ pour vecteur directeur. On en déduit que la droite (d) admet une équation cartésienne de la forme :
$-x + 2\cdot y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point B appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d) :
$$-x_B + 2\cdot y_B + c = 0$$
$$-1 + 2\times 1 + c = 0$$
$$1 + c = 0$$
$$c = -1$$

La droite (d) admet pour équation cartésienne :
$-x + 2\cdot y - 1 = 0$

2. La droite (d') admet le vecteur $\overrightarrow{v}(4;-3)$ pour vecteur normal. On en déduit que la droite (d') admet une équation cartésienne de la forme :
$4\cdot x - 3\cdot y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point C appartenant à la droite (d'), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite (d') :
$$4\cdot x_C - 3\cdot y_C + c = 0$$
$$4\times 2 - 3\times 2 + c = 0$$
$$8 - 6 + c = 0$$
$$2 + c = 0$$
$$c = -2$$

La droite (d') admet pour équation cartésienne :
$4\cdot x - 3\cdot y - 2 = 0$

3. a. La droite (d) admet le vecteur $\overrightarrow{u}(2;1)$ pour vecteur directeur.

Considérons le vecteur $\overrightarrow{w}(-1;2)$. On a le produit scalaire :
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{w} = 2\times(-1) + 1\times 2 = -2 + 2 = 0$

Les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ étant orthogonaux, on en déduit que le vecteur $\overrightarrow{w}$ est un vecteur normal à la droite (d).

Déterminons le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$:
$\det\left(\overrightarrow{v};\overrightarrow{w}\right) = 4\times 2 - (-1)\times(-3) = 8 + 3 = 5 \neq 0$
D'après le critère de colinéarité, on en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ ne sont pas colinéaire.
Ainsi, les droites (d) et (d') sont sécantes.

b. Les droites (d) et (d') étant sécante, leur point d'intersection a ses coordonnées qui vérifient le système d'équations suivant :
$$\begin{cases} -x + 2\cdot y - 1 = 0 \\ 4x - 3\cdot y - 2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 4x - 8\cdot y + 4 = 0 \\ 4x - 3\cdot y - 2 = 0 \end{cases}$$
Par soustraction de ces deux équations, on en déduit :
$$-5\cdot y + 6 = 0$$
$$-5\cdot y = -6$$
$$y = \frac{-6}{-5}$$
$$y = \frac{6}{5}$$
Pour déterminer l'abscisse du point d'intersection, utilisons l'équation de la droite (d) :
$$-x + 2\cdot y - 1 = 0$$
$$-x + 2\times\frac{6}{5} - 1 = 0$$
$$-x + \frac{12}{5} - 1 = 0$$
$$-x + \frac{7}{5} = 0$$
$$-x = -\frac{7}{5}$$
$$x = \frac{7}{5}$$

Le point d'intersection des droites (d) et (d') a pour coordonnées $\left(\frac{7}{5}\,;\frac{6}{5}\right)$.

Correction 7

1. • Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (3-(-3)\,;5-2)$
$= (3+3\,;3) = (6\,;3)$

- La hauteur (d) du triangle ABC issue du sommet C admet le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vecteur normal.
On en déduit qu'elle admet pour équation cartésienne :
$6{\cdot}x + 3{\cdot}y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$.
Le point C appartenant à la hauteur (d), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de (d) :
$$\begin{aligned} 6{\cdot}x_C + 3{\cdot}y_C + c &= 0\\ 6\times2 + 3\times2 + c &= 0\\ 12+6+c &= 0\\ 18+c &= 0\\ c &= -18 \end{aligned}$$
La droite (d) admet pour équation cartésienne :
$6{\cdot}x + 3{\cdot}y - 18 = 0$

- Le vecteur $\overrightarrow{u}(-3\,;6)$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{AB}$ car :
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{AB} = -3\times6 + 6\times3 = -18+18 = 0$

- Le vecteur $\overrightarrow{u}$ étant normal à la droite (AB), on en déduit qu'elle admet l'équation cartésienne :
$-3{\cdot}x + 6{\cdot}y + c = 0$ où $c\in\mathbb{R}$.
Le point A appartenant à la droite (AB), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de cette droite :
$$\begin{aligned} -3{\cdot}x_A + 6{\cdot}x_B + c &= 0\\ -3\times(-3) + 6\times2 + c &= 0\\ 9+12+c &= 0\\ 21+c &= 0\\ c &= -21 \end{aligned}$$
La droite (AB) admet pour équation cartésienne :
$-3{\cdot}x + 6{\cdot}y - 21 = 0$

- Le pied H de la hauteur (d) est le point d'intersection des droites (d) et (AB). Ses coordonnées sont les solutions du système d'équations :
$$\begin{cases} 6{\cdot}x + 3{\cdot}y - 18 = 0\\ -3{\cdot}x + 6{\cdot}y - 21 = 0 \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \begin{cases} 6{\cdot}x + 3{\cdot}y - 18 = 0\\ -6{\cdot}x + 12{\cdot}y - 42 = 0 \end{cases}$$
Par addition membre à membre de ces deux équations :
$$\begin{aligned} 3{\cdot}y + 12{\cdot}y - 18 - 42 &= 0\\ 15{\cdot}y - 60 &= 0\\ 15{\cdot}y &= 60\\ y &= \frac{60}{15}\\ y &= 4 \end{aligned}$$
En utilisant la première équation :
$$\begin{aligned} 6{\cdot}x + 3{\cdot}y - 18 &= 0\\ 6{\cdot}x + 3\times4 - 18 &= 0\\ 6{\cdot}x + 12 - 18 &= 0\\ 6{\cdot}x - 6 &= 0\\ 6{\cdot}x &= 6\\ x &= \frac{6}{6}\\ x &= 1 \end{aligned}$$
Le point H a pour coordonnées : $H(1\,;4)$

2. On a les longueurs :
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{[3-(-3)]^2 + (5-2)^2} = \sqrt{(3+3)^2 + 3^2}$
$= \sqrt{6^2+9} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$
- $CH = \sqrt{(x_H - x_C)^2 + (y_H - y_C)^2}$
$= \sqrt{(1-2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2}$
$= \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

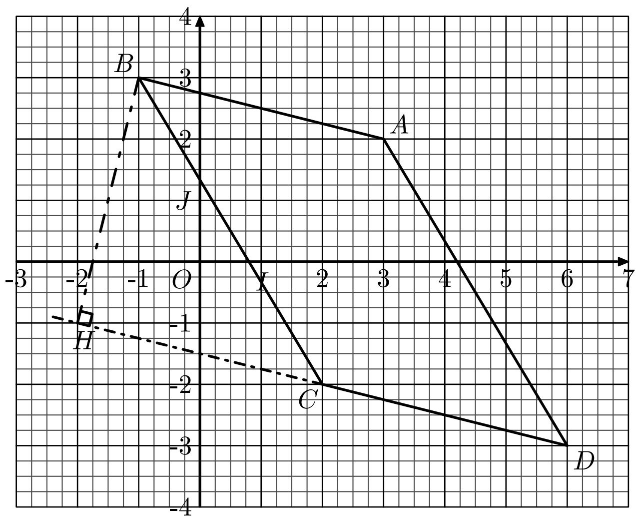
On en déduit que l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC :
$$\mathcal{A} = \frac{AB\times CH}{2} = \frac{\sqrt{45}\times\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{45\times5}}{2} = \frac{\sqrt{225}}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{15^2}}{2} = \frac{15}{2}$$

Correction 8

1. On a les coordonnées des vecteurs :
- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (-1-3\,;3-2) = (-4\,;1)$
- $\overrightarrow{DC}(x_C - x_D\,;y_C - y_D) = (2-6\,;-2-(-3))$
$= (-4\,;-2+3) = (-4\,;1)$

On en déduit que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2. Notons H le projeté orthogonal du point B sur la droite (CD).



- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur normal à la droite (BH). Ainsi, la droite (BH) admet pour équation cartésienne :
$-4{\cdot}x + y + c = 0 \quad c\in\mathbb{R}$
Le point B appartenant à la droite (BH), ses coordonnées vérifient cette équation cartésienne :
$$\begin{aligned} -4{\cdot}x_B + y_B + c &= 0\\ -4\times(-1) + 3 + c &= 0\\ 4+3+c &= 0\\ 7+c &= 0\\ c &= -7 \end{aligned}$$
La droite (BH) a pour équation cartésienne :
$-4{\cdot}x + y - 7 = 0$

- Le vecteur $\overrightarrow{u}(1\,;4)$ est un vecteur normal à la droite (CD) car :
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{DC} = 1\times(-4) + 4\times1 = -4+4 = 0$
Ainsi, la droite (CD) admet pour équation cartési-

enne :
$x+4{\cdot}y+c=0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point C appartenant à la droite (CD), ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne :

$$x_C+4{\cdot}y_C+c=0$$
$$2+4\times(-2)+c=0$$
$$2-8+c=0$$
$$-6+c=0$$
$$c=6$$

La droite (CD) admet pour équation cartésienne :
$x+4{\cdot}y+6=0$

- Le point H est le point d'intersection des droites (CD) et (BH). On en déduit que le point H a ses coordonnées qui sont solution du système d'équations :

$$\begin{cases} -4{\cdot}x + y - 7 = 0 \\ x + 4{\cdot}y + 6 = 0 \end{cases}$$
$$\Longrightarrow \begin{cases} -4{\cdot}x + y - 7 = 0 \\ -4{\cdot}x - 16{\cdot}y - 24 = 0 \end{cases}$$

Par soustraction membre à membre des deux équations, on a :

$$y-(-16{\cdot}y)-7-(-24)=0$$
$$y+16{\cdot}y-7+24=0$$
$$17{\cdot}y+17=0$$
$$17{\cdot}y=-17$$
$$y=\frac{-17}{17}$$
$$y=-1$$

En utilisant la seconde équation, on a :

$$x+4{\cdot}y+6=0$$
$$x+4\times(-1)+6=0$$
$$x-4+6=0$$
$$x+2=0$$
$$x=-2$$

Le point H a pour coordonnées : $H(-2\,;-1)$

- On a les longueurs :
  - $AB=\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(-4)^2+1^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$
  - $BH=\sqrt{(x_H-x_B)^2+(y_H-y_B)^2}$
  $=\sqrt{[-2-(-1)]^2+(-1-3)^2}$
  $=\sqrt{(-2+1)^2+(-4)^2}=\sqrt{(-1)^2+16}$
  $=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$

Le parallélogramme $ABCD$ a pour aire :
$\mathcal{A}_{ABCD}=AB\times BH=\sqrt{17}\times\sqrt{17}=17$

Correction 9

- En utilisant la formule du cours, le cercle $\mathscr{C}$ admet pour équation cartésienne :

$$x^2+y^2+\big(-2{\cdot}x_A\big){\cdot}x+\big(-2{\cdot}y_A\big){\cdot}y+\big({x_A}^2+{y_A}^2-r^23\big)=0$$
$$x^2+y^2+\big(-2\times2\big){\cdot}x+\big(-2\times1\big){\cdot}y+\big(2^2+1^2-4^2\big)=0$$
$$x^2+y^2-4{\cdot}x-2{\cdot}y+\big(4+1-16\big)=0$$
$$x^2+y^2-4{\cdot}x-2{\cdot}y-11=0$$

- En retrouvant cette équation cartésienne par la définition d'un cercle :
Soit $M(x\,;y)$ un point du cercle $\mathscr{C}$. Le point M est à une distance de 4 du centre A :

$$AM=4$$
$$AM^2=4^2$$
$$\left[\sqrt{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2}\right]^2=16$$
$$(x-2)^2+(y-1)^2=16$$
$$x^2-4{\cdot}x+4+y^2-2{\cdot}y+1-16=0$$
$$x^2+y^2-4{\cdot}x-2{\cdot}y-11=06$$

Correction 10

1. a. - Le point K milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\Big(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\Big)=\Big(\frac{-1+0}{2}\,;\frac{2+(-5)}{2}\Big)$$
$$=\Big(-\frac{1}{2}\,;-\frac{3}{2}\Big)$$

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)=(0-(-1)\,;-5-2)$
$=(1\,;-7)$

- La médiatrice (d) du segment $[AB]$ admet le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour vecteur normal. Son équation cartésienne est de la forme :
$x-7{\cdot}y+c=0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point K appartenant à la droite (d), ses coordonnées vérifient son équation cartésienne :

$$x_K-7{\cdot}y_K+c=0$$
$$\Big(-\frac{1}{2}\Big)-7{\cdot}\Big(-\frac{3}{2}\Big)+c=0$$
$$-\frac{1}{2}+\frac{21}{2}+c=0$$
$$\frac{20}{2}+c=0$$
$$10+c=0$$
$$c=-10$$

La médiatrice (d) a pour équation cartésienne :
$x-7{\cdot}y-10=0$

b. - Le point L milieu du segment $[AC]$ a pour coordonnées :

$$L\Big(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\Big)=\Big(\frac{-1+3}{2}\,;\frac{2+4}{2}\Big)$$
$$=\Big(\frac{2}{2}\,;\frac{6}{2}\Big)=(1\,;3)$$

- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;y_C-y_A)=(3-(-1)\,;4-2)$
$=(4\,;2)$

- La médiatrice (d') du segment $[AC]$ admet le vecteur $\overrightarrow{AC}$ pour vecteur normal. La droite (d') admet pour équation cartésienne :
$4{\cdot}x+2{\cdot}y+c=0 \quad c\in\mathbb{R}$

Le point L appartenant à cette droite, ses coordonnées vérifient son équation cartésienne :

$$4{\cdot}x_L+2{\cdot}y_L+c=0$$
$$4\times1+2\times3+c=0$$
$$4+6+c=0$$
$$10+c=0$$
$$c=-10$$

La droite (d') a pour équation cartésienne :
$4{\cdot}x+2{\cdot}y-10=0$

2. a. Le centre du cercle circonscrit est sur le point de con-

courance de la médiatrice. Les coordonnées de centre sont solutions du système :

$$\begin{cases} x - 7{\cdot}y - 10 = 0 \\ 4{\cdot}x + 2{\cdot}y - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 4{\cdot}x - 28{\cdot}y - 40 = 0 \\ 4{\cdot}x + 2{\cdot}y - 10 = 0 \end{cases}$$

Par différence de ces deux équations, on a :

$$\begin{aligned} -28{\cdot}y - 2{\cdot}y - 40 - (-10) &= 0 \\ -30{\cdot}y - 40 + 10 &= 0 \\ -30{\cdot}y - 30 &= 0 \\ -30{\cdot}y &= 30 \\ y &= \frac{30}{-30} \\ y &= -1 \end{aligned}$$

En utilisant la première équation :

$$\begin{aligned} x - 7{\cdot}y - 10 &= 0 \\ x - 7\times(-1) - 10 &= 0 \\ x + 7 - 10 &= 0 \\ x - 3 &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Le centre du cercle circonscrit du triangle ABC a pour coordonnées $L(3\,;-1)$.

b. Déterminons la distance LA :

$$LA = \sqrt{(x_A - x_L)^2 + (y_A - y_L)^2} = \sqrt{(-1-3)^2 + [2-(-1)]^2}$$
$$= \sqrt{(-4)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{16+3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

Le cercle circonsrit au triangle ABC a pour centre $L(3\,;-1)$ et pour rayon 5. On en déduit l'équation cartésienne vérifiée par les coordonnées de tous les points $M(x\,;y)$:

$$\begin{aligned} LM^2 &= 5^2 \\ (x-3)^2 + [y-(-1)]^2 &= 25 \\ x^2 - 6x + 9 + y^2 + 2y + 1 &= 25 \\ x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 &= 0 \end{aligned}$$

Correction 11

- En utilisant la formule du cours :

$$\begin{aligned} x^2+y^2+(-x_A-x_B){\cdot}x+(-y_A-y_B)+(x_A{\cdot}x_B+y_A{\cdot}y_B) &= 0 \\ x^2+y^2+[-(-2)-3]{\cdot}x+(-1-0){\cdot}y+(-2\times3+1\times0) &= 0 \\ x^2+y^2-x-y+(-6+0) &= 0 \\ x^2+y^2-x-y-6 &= 0 \end{aligned}$$

- En utilisant la caractérisation suivante du cercle. M est un point du cercle de diamètre $[AB]$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM} &= 0 \\ (x-x_A)(x-x_B)+(y-y_A)(y-y_B) &= 0 \\ [x-(-2)](x-3)+(y-1)(y-0) &= 0 \\ (x+2)](x-3)+(y-1){\cdot}y &= 0 \\ x^2-3{\cdot}x+2{\cdot}x-6+y^2-y &= 0 \\ x^2+y^2-x-y-6 &= 0 \end{aligned}$$