Exercice* 1

Résoudre les équations suivantes :

a. $e^x + e^{-x} = 0$ b. $e^{3x+1} = e^{-2x+3}$

c. $e^{2x} - 1 = 0$ d. $x \cdot e^{2x} - 2 \cdot e^{2x} = 0$

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $e^x - e^{-x} > 0$ b. $x \cdot e^{-x} - 3 \cdot e^{-x} < 0$

Exercice* 3

Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$:

a. $e^{2x} + 3e^x < 4$ b. $e^x + e^{-x} < 2$

Indication : on identifiera ces inéquations à des inéquations polynômiales de degré 2.

Exercice 4

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 3 \cdot e^{1-2x}$

1. Déterminer l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f. Puis, en déduire le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire le sens de variations de la fontion f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 5

Pour chacune des deux fonctions ci-dessous définies sur $\mathbb{R}$, déterminer l'expression de leur fonction dérivée ainsi que leur sens de variation sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = 3 \cdot e^{5x+1}$ 2. $g(x) = 2 - 3 \cdot e^{-x}$

Exercice 6

Pour chacune des fonctions ci-dessous définies sur $\mathbb{R}$, déterminer l'expression de leur fonction dérivée, puis étudier leur sens de variations sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = x - e^x$ 2. $g(x) = 6x + 3 \cdot e^{-2x}$
3. $h(x) = e^{4x-4} - 4 \cdot e \cdot x$

Exercice 7

Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

a. $f(x) = \big(3 - x\big) \cdot e^x$ b. $g(x) = \big(x + 1\big)e^x$

Exercice* 8

Déterminer l'expression des fonctions dérivées suivantes :

1. $f(x) = \big(x + 3\big) \cdot e^{-x}$ 2. $g(x) = x \cdot e^{2 \cdot x - 1}$

Exercice 9

Déterminer l'expression des fonctions dérivées suivantes :

1. $h(x) = x \cdot e^{x+1}$ 2. $j(x) = \big(x^2 + 1\big) \cdot e^{3x+1}$

Exercice 10

On admet que la fonction f est définie, pour tout réel x de l'intervalle $\big[-2\,;4\big]$ par : $f(x) = \big(x + 2\big) \cdot e^{-x+1}$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $\big[-2\,;4\big]$, on a :
$f'(x) = -\big(x + 1\big) \cdot e^{-x+1}$
2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\big[-2\,;4\big]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

Exercice 11

On admet que la fonction f est définie par :
$f(x) = \big(x^2 - 2 \cdot x + 1\big) \cdot e^{-2 \cdot x + 6}$

1. Monter que $f'(x) = \big(-2 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 4\big) \cdot e^{-2 \cdot x + 6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Etudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\big[0{,}7\,;6\big]$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\big[0{,}7\,;6\big]$.
On ne demande pas de calculer les ordonnées.

Exercice* 12

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ telle que : $f(x) = (x + 1) \cdot e^x$

1. A l'aide de la calculatrice, conjeturer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$. Démontrer que pour tout réel x : $f'(x) = (x + 2)e^x$
3. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

1. $h(x) = \dfrac{1 - e^{-2x}}{e^x}$ 2. $j(x) = \dfrac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{2x}}$

Exercice 14

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

1. Montrer que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{\big(x - 1\big) \cdot e^x}{x^2}$$
2. a. Dresser le tableau de signes de la fonction f'.
b. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

Indication : on admet les deux limites :
$\lim\limits_{x \mapsto 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \mapsto +\infty} f(x) = +\infty$

Exercice* 15

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = \big(x + 1\big) \cdot e^{2x}$

Montrer que la fonction f vérifie la relation :
$f''(x) - 4 \cdot f'(x) + 4 \cdot f(x) = 0$

Exercice* 16

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = \big(-x - 1\big) \cdot e^x$

Montrer que la fonction f vérifie pour tout nombre réel x :
$f''(x) - 3 \cdot f'(x) + 2 \cdot f(x) = e^x$