Exercice 1

Propriétés caractérisantes du parallélogramme :

Soit $ABCD$ un quadrilatère.

- Si les diagonales de $ABCD$ se coupent en leurs milieux alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de $ABCD$ sont parallèles deux à deux alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de $ABCD$ sont de même longueur alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si deux des côtés opposés sont parallèles et de même longueur alors $ABCD$ est un parallélogramme.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

$$A(2\,;3) \quad ; \quad B(-2\,;1) \quad ; \quad C(-4\,;-3) \quad ; \quad D(0\,;-1)$$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice* 2

Propriété caractérisante du rectangle :

Soit $ABCD$ un quadrilatère :

- Si $ABCD$ possède trois angles droits alors $ABCD$ est un rectangle.

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

- Si $ABCD$ a ses diagonales de même longueur alors $ABCD$ est un rectangle.
- Si $ABCD$ a un angle droit alors $ABCD$ est un rectangle.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

$$A(-4\,;-1) \quad ; \quad B(-3\,;-4) \quad ; \quad C(3\,;-2) \quad ; \quad D(2\,;1)$$

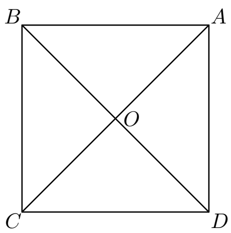
Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice* 3

Proposition : soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.

- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires :
  - si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de même sens : $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$
  - si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens opposés : $\vec{u}\cdot\vec{v} = -\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$
- Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux alors : $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$

On considère le carré $ABCD$ de coté 1 et admettant le point O pour centre représenté ci-dessous :



Déterminer les produits scalaires :

a. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

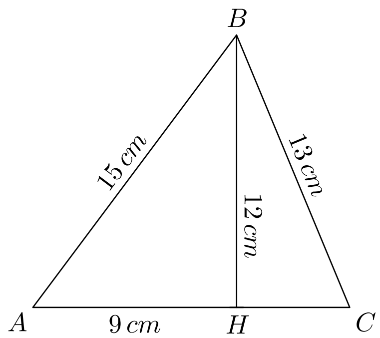
b. $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{OC}$

c. $\overrightarrow{DO}\cdot\overrightarrow{CO}$

d. $\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{BC}$

Exercice* 4

On considère le triangle ABC et H le pied de la hauteur issue du sommet B et dont les mesures sont représentées ci-dessous :



1. Etablir que : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = 99$
2. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 5

Etablir la propriété suivante :

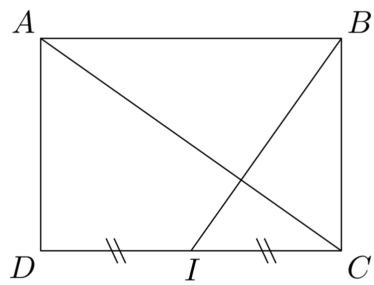
"*Dans tout parallélogramme, la somme des carrés des longueurs des côtés est égale à la somme des carrés des longueurs des diagonales.*"

Exercice* 6

Soit a un nombre réel positif.
On considère le rectangle $ABCD$ tel que :

$$AB = a \quad ; \quad AD = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a$$

On note I le milieu de $[CD]$



En se servant uniquement des propriétés algébriques, démontrer que les droites (AC) et (BI) sont perpendiculaires.

Exercice 7

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.

Déterminer une mesure de l'angle orienté $\widehat{EDF}$ où $D(3\,;5)$, $E(-1\,;0)$, $F(2\,;4)$ au centième de degré près.

Exercice* 8

On considère un triangle ABC vérifiant les mesures :

$$AB = 5\,cm \quad ; \quad AC = 3\,cm \quad ; \quad \widehat{ABC} = 30^o$$

Déterminer les mesures possibles du segment $[BC]$ réalisant ces conditions. *(on donnera ces mesures au millimètre près)*

Exercice 9

Déterminer la mesure, au dixième de degrés près, des angles du triangle ABC ayant les mesures suivantes :

$$AB = 6{,}4\,cm \quad ; \quad AC = 4{,}8\,cm \quad ; \quad BC = 8\,cm$$

Exercice 10

Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère les points A et B de coordonnées : $A(-2\,;3)$; $B(3\,;0)$
et le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $\big[AB\big]$.

Déterminer les coordonnées des deux points du cercle $\mathscr{C}$ ayant pour abscisse 1.

On pourra utiliser la proposition suivante :

Proposition : si un triangle est inscrit dans un cercle et qu'un de ses côtés forme un diamètre alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypothénuse.