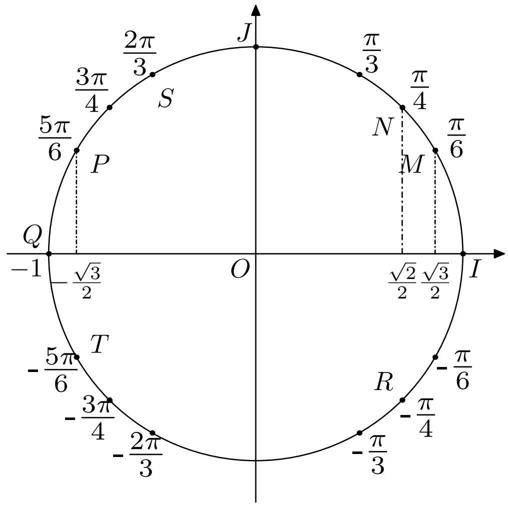
Correction 1

- Pour déterminer les cosinus des angles, nous utiliserons l'abscisse des points correspondants sur le cercle trigonométrique :



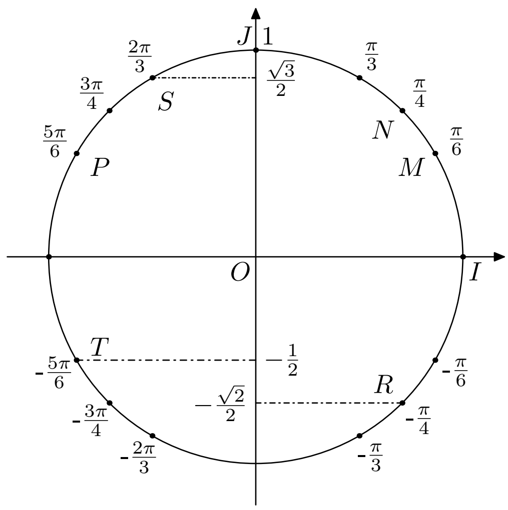
a. Le point M est repéré par l'angle $\frac{\pi}{6}$. L'abscisse du point M a pour valeur $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
On en déduit : $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b. Le point N est repéré par l'angle $\frac{\pi}{4}$. L'abscisse du point N a pour valeur $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
On en déduit : $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c. Le point P est repéré par l'angle $\frac{5\pi}{6}$. L'abscisse du point P a pour valeur $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
On en déduit : $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. Le point Q est repéré par l'angle π. L'abscisse du point Q a pour valeur -1.
On en déduit : $\cos\left(\pi\right) = -1$

- Pour déterminer les cosinus des angles, nous utiliserons l'abscisse des points correspondants sur le cercle trigonométrique :



e. Le point R est repéré par l'angle $-\frac{\pi}{4}$. L'ordonnée du point R a pour valeur $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.
On en déduit : $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

f. Le point S est repéré par l'angle $\frac{2\cdot\pi}{3}$. L'ordonnée du point S a pour valeur $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
On en déduit : $\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

g. Le point T est repéré par l'angle $-\frac{5\pi}{6}$. L'ordonnée du point T a pour valeur $-\frac{1}{2}$.
On en déduit : $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

h. Le point J est repéré par l'angle $\frac{\pi}{2}$. L'ordonnée du point J a pour valeur 1.
On en déduit : $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

Correction 2

a. $\sin\left(3\pi+x\right) = \sin\left(\pi+x+2\pi\right) = \sin\left(\pi+x\right) = -\sin x$

b. $\cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}-x+2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$

c. $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left[-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right] = \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$

d. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos\left[\pi-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right]$
$= -\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = -\sin x$

Correction 3

a. $\sin\left(\pi-x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x + \sin x = 2\cdot\sin x$

b. $3\cdot\sin\left(\pi+x\right) - 2\cdot\sin\left(\pi-x\right) + 4\cdot\sin\left(x-\pi\right)$
$= -3\cdot\sin x - 2\cdot\sin x + 4\cdot\sin\left[-\left(\pi-x\right)\right]$
$= -3\cdot\sin x - 2\cdot\sin x - 4\cdot\sin\left(\pi-x\right)$
$= -3\cdot\sin x - 2\cdot\sin x - 4\cdot\sin x = -9\cdot\sin x$

Correction 4

1. a. D'après la formule donnée dans l'énoncé, on a :

$$\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$
$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$
$$\frac{2+\sqrt{2}}{4} + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$
$$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1 - \frac{2+\sqrt{2}}{4}$$
$$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$$
$$\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$$
$$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

(b.) $\cos\dfrac{5\pi}{8} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{8}\right) = -\sin\dfrac{\pi}{8} = -\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

(c.) Sur son ensemble de définition, la fonction tangente vérifie la relation :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Utilisons cette égalité pour $x=\dfrac{\pi}{8}$:

$$\tan\frac{\pi}{8} = \frac{\sin\dfrac{\pi}{8}}{\cos\dfrac{\pi}{8}} = \frac{\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}{\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$
$$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}}$$
$$= \sqrt{\frac{4-4\sqrt{2}+2}{4-2}} = \sqrt{\frac{6-4\sqrt{2}}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{2(3-2\sqrt{2})}{2}} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

2. On a les manipulations suivantes :

$$A = \cos\frac{9\pi}{8} - 3\cdot\sin\frac{5\pi}{8} + 2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$
$$= \cos\left(\frac{\pi}{8}+\pi\right) - 3\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right) + 2\cdot\cos\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)$$
$$= \left(-\cos\frac{\pi}{8}\right) - 3\cdot\cos\frac{\pi}{8} + \left(-2\cdot\cos\frac{\pi}{8}\right)$$
$$= -\cos\frac{\pi}{8} - 3\cdot\cos\frac{\pi}{8} - 2\cdot\cos\frac{\pi}{8} = -6\cdot\cos\frac{\pi}{8}$$

Correction 5

a. $\cos\left(x-\pi\right) = \cos\left[-(\pi-x)\right] = \cos(\pi-x) = -\cos x$

b. $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right) = \sin\left[-\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\right] = -\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$
$= -\cos x$

c. $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right) = \sin\left[\pi-\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\right] = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$
$= \cos x$

d. $\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right) = \cos\left[\pi-\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\right] = -\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$
$= -\sin x$

Correction 6

1. Dans le triangle OMx, on a le rapport trigonométrique :

$$\cos\alpha = \frac{Ox}{OM}$$
$$\cos\alpha = \frac{x}{1}$$
$$\cos\alpha = x$$

2. Dans le triangle OMx, on a le rapport trigonométrique :

$$\sin\alpha = \frac{xM}{OM}$$
$$\sin\alpha = \frac{y}{1}$$
$$\sin\alpha = y$$

3. (a.) Dans le triangle ONI, on a le rapport trigonométrique :

$$\tan\alpha = \frac{NI}{ON}$$
$$\tan\alpha = \frac{z}{1}$$
$$\tan\alpha = z$$

(b.) La droite (Δ) est la tangente au cercle $\mathscr{C}$ au point I.