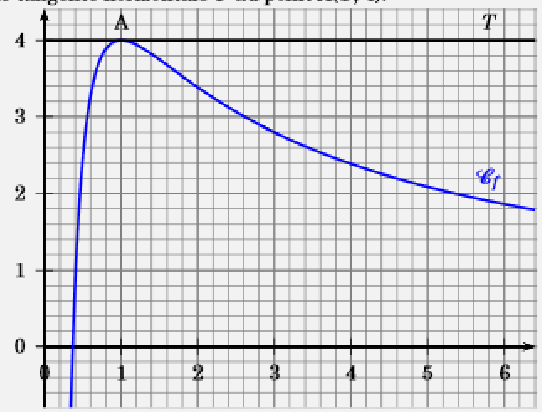
Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère, on considère ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f, deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale T au point A(1 ; 4).



1. Préciser les valeurs $f(1)$ et $f'(1)$.

On admet que la fonction f est définie pour tout réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{a + b\ln x}{x} \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

2. Démontrer que, pour tout réel x strictement positif, on a :

$$f'(x) = \frac{b - a - b\ln x}{x^2}.$$

3. En déduire les valeurs des réels a et b.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie pour tout réel x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{4 + 4\ln x}{x}.$$

4. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
5. Déterminer le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
6. Démontrer que, pour tout réel x strictement positif, on a :

$$f''(x) = \frac{-4 + 8\ln x}{x^3}.$$

7. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ possède un unique point d'inflexion B dont on précisera les coordonnées.

Exercice 2

Partie A

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte.

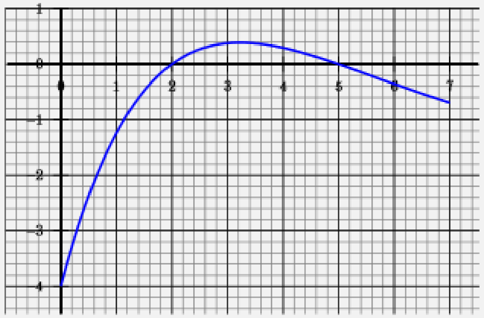
1. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-2x}.$$

On note f'' la dérivée seconde de la fonction f.
Quel que soit le réel x, $f''(x)$ est égal à :

a. $(1-2x)\mathrm{e}^{-2x}$ **b.** $4(x-1)\mathrm{e}^{-2x}$ **c.** $4\mathrm{e}^{-2x}$ **d.** $(x+2)\mathrm{e}^{-2x}$

2. On donne ci-dessous la représentation graphique de f' fonction dérivée d'une fonction f définie sur $[0\ ;\ 7]$.



Le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 7]$ est :

a.

x	0		3,25		7
$f(x)$		↗		↘	

b.

x	0		2		5		7
$f(x)$		↘		↗		↘	

c.

x	0		2		5		7
$f(x)$		↗		↘		↗	

d.

x	0		2		7
$f(x)$		↗		↘	

3. On se donne une fonction f, supposée dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' sa fonction dérivée.
On donne ci-dessous le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

D'après ce tableau de variation :

a. f' est positive sur $\mathbb{R}$. **b.** f' est positive sur $]-\infty\ ;\ -1]$.

c. f' est négative sur $\mathbb{R}$. **d.** f' est positive sur $[-1\ ;\ +\infty[$.

Partie B

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On justifiera chaque réponse.

Affirmation 1 : Dans le plan muni d'un repère, la tangente au point A d'abscisse 0 à la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2 + (3-x)\mathrm{e}^x$ admet pour équation réduite $y = 2x + 1$.

Affirmation 2 : $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \left(\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x + \frac{3}{x}\right) = 0$.

Affirmation 3 : L'équation $1 - x + \mathrm{e}^{-x} = 0$ admet une seule solution appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 2]$.

Affirmation 4 : La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 5x + \mathrm{e}^x$ est convexe.

Exercice 4

Partie I

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x - \mathrm{e}^{-2x}.$$

On appelle Γ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

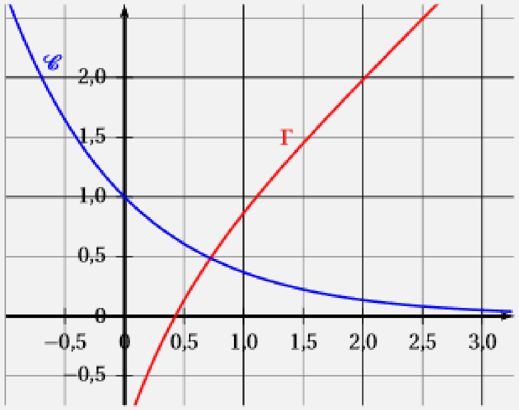
1. Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variation.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$, dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
4. Déduire des questions précédentes le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie II

Dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, on appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \mathrm{e}^{-x}.$$

La courbes $\mathscr{C}$ et la courbe Γ (qui représente la fonction f de la Partie I) sont tracées ci-dessous



Le but de cette partie est de déterminer le point de la courbe $\mathscr{C}$ le plus proche de l'origine O du repère et d'étudier la tangente à $\mathscr{C}$ en ce point.

1. Pour tout nombre réel t, on note M le point de coordonnées $\left(t\,;\,\mathrm{e}^{-t}\right)$ de la courbe $\mathscr{C}$.
   On considère la fonction h qui, au nombre réel t, associe la distance OM.
   On a donc : $h(t) = \mathrm{O}M$, c'est-à-dire :

$$h(t) = \sqrt{t^2 + \mathrm{e}^{-2t}}$$

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x + 4 - 4\ln(x) - \frac{3}{x}$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.
On note $\mathscr{C}$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
   Démontrer que, pour tout nombre réel $x > 0$, on a :
$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2}.$$
3. **a.** Donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
   On y fera figurer les valeurs exactes des extremums et les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   On admettra que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$.
   b. Par simple lecture du tableau de variations, préciser le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \dfrac{5}{3}$.
4. étudier la convexité de la fonction f c'est-à -dire préciser les parties de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ sur lesquelles f est convexe, et celles sur lesquelles f est concave.
   On justifiera que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion, dont on précisera les coordonnées.

Exercice 1 (durée 1heure 20 min, 7) points **Thèmes : fonctions, suites**

Baccalauréat Polynésie 5 mai 2022

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 1

Cette exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x)=\ln\left(x^2+x+1\right).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ **b.** $g'(x)=\dfrac{1}{x^2+x+1}$

c. $g'(x)=\ln(2x+1)$ **d.** $g'(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

2. La fonction $x\longmapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ la fonction :

a. $x\longmapsto \ln(x)$ **b.** $x\longmapsto \dfrac{1}{x}$ **c.** $x\longmapsto x\ln(x)-x$ **d.** $x\longmapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$a_n=\frac{1-3^n}{1+2^n}.$$

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$ **b.** -1 **c.** 1 **d.** $+\infty$

4. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2\,;\,2]$. Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[2\,;\,2]$ est donné par :

x	-2	-1	0	2
variations de f'	1 ↘	0 ↘	-2 ↗	-1

La fonction f est :

a. convexe sur $[-2\,;\,-1]$ **b.** concave sur $[0\,;\,1]$

c. convexe sur $[-1\,;\,2]$ **d.** concave sur $[-2\,;\,0]$

5. On donne ci-dessus la courbe représentative de la dérivée f' d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.

SOS Maths Tale Préparation BAC - QCM Mars 2023

Exercice 12 1heure 20 minutes 7 points

Baccalauréat Polynésie 6 mai 2022

ÉREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 2

Exercice 1 7 points **Thèmes : fonctions, primitives, probabilités**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=x\ln(x)-x+1.$$

Parmi les quatre expressions suivantes, laquelle est celle de la fonction dérivée de f?

a. $\ln(x)$	**b.** $\dfrac{1}{x}-1$	**c.** $\ln(x)-2$	**d.** $\ln(x)-1$

2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x)=x^2[1-\ln(x)]$.
Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle est correcte?

a. $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=+\infty$	**b.** $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=-\infty$	**c.** $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=0$	**d.** La fonction g n'admet pas de limite en 0.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-0,9x^2-0,1x$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ sur $\mathbb{R}$ est :

a. 0	**b.** 1	**c.** 2	**d.** 3

4. Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x)=h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $K(x)=H(2x)$	**b.** $K(x)=2H(2x)$	**c.** $K(x)=\dfrac{1}{2}H(2x)$	**d.** $K(x)=2H(x)$

5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x\mathrm{e}^x$ est :

a. $y=\mathrm{e}x+\mathrm{e}$	**b.** $y=2\mathrm{e}x-\mathrm{e}$	**c.** $y=2\mathrm{e}x+\mathrm{e}$	**d.** $y=\mathrm{e}x$

6. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $(0,2)^n<0,001$ sont tous les nombres entiers n tels que :

a. $n\leqslant 4$	**b.** $n\leqslant 5$	**c.** $n\geqslant 4$	**d.** $n\geqslant 5$