Exercice 1

Monotonie **(3 points)**

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2n+3}{n+1}$.

1) Déterminer u_0, u_4 et u_{99} sous forme décimale.
   Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de u_n si n devient très grand ?
2) Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire la monotonie de la suite (u_n).
3) Soit $a \in]2\ ;\ 3]$. Recopier et compléter sur la copie le programme Python suivant pour qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leqslant a$.

```
def seuil(a):
    n=0
    while (2*n+3)/(n+1) ... a:
        n= ...
    return ...
```

Exercice 2

Divers **(6 points)**

1) Calculer la somme : $S = 220 + 224 + 228 + \cdots + 1\,000$.
   On justifiera clairement la démarche et l'on donnera la formule utilisée.
2) Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_1 = 5\,150$ et $u_2 = 5304,5$.
   a) Déterminer la raison q de la suite ainsi que le premier terme u_0.
   b) Soit $S_{18} = u_0 + u_1 + \ldots u_{18}$.
   Donner la valeur exacte de S_{18} puis sa valeur approchée au centième.
3) Soit $u_0 = 300$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,05u_n + 15$.
   a) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
   b) On pose $v_n = u_n + 300$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
   c) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n.

Exercice 3

Équation de la tangente **(2 points)**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

1) Déterminer la fonction dérivée f'.
2) Déterminer l'équation de la tangente T_2 en $x = 2$

Exercice 3

Variations de fonctions **(5 points)**

1) Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ 5]$ par : $f(x) = (4x-1)\,e^{-x}$
   a) Déterminer et factoriser $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f.
   b) Résoudre $f'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ 5]$ en précisant les valeurs exactes des bornes et du maximum de f.
2) Soit la fonction g définie sur $[-5\ ;\ 3]$ par : $g(x) = (x^2 - 5x + 7)\,e^x$.
   a) Déterminer et factoriser $g'(x)$ où g' est la fonction dérivée de f.
   b) Résoudre $g'(x) = 0$ puis dresser le tableau de variations de g sur $[-5\ ;\ 3]$ en précisant les valeurs exactes des bornes et des extremums de g.

Exercice 1

Etude d'une fonction **(5 points)**

Soit la fonction f définie sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{e^x}{x+1}$

1) Déterminer les coordonnées du point A, point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des ordonnées.
2) La courbe $\mathscr{C}_f$ coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier la réponse.
3) Déterminer la fonction dérivée f'.
4) Résoudre $f'(x) = 0$ et déterminer le signe de $f'(x)$.
   Dresser le tableau de variation de f sur $[0\ ;+\infty[$.
5) On note (T) la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1,6. La tangente (T) passe-telle par l'origine du repère ? Justifier la réponse.

Exercice 4

Étude d'une fonction par une fonction auxiliaire **(5 points)**

Soit g la fonction définie sur $[-5\ ;\ 5]$ par : $g(x) = e^x - x + 1$.

1) Déterminer la fonction dérivée g'.
2) Étudier les variations de la fonction g sur $[-5\ ;\ 5]$.
3) Démontrer que : $\forall x \in [-5\ ;\ 5],\ g(x) > 0$.
4) Soit f la fonction définie sur $[-5\ ;\ 5]$ par : $f(x) = x + 1 + \dfrac{x}{e^x}$
   a) Démontrer que : $\forall x \in [-5\ ;\ 5],\ f'(x) = \dfrac{1}{e^x} \times g(x)$.
   En déduire les variations de f sur l'intervalle $[-5\ ;\ 5]$.
   b) Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.