

Exercice 1 : Étude d'une fonction polynôme de degré 2

Soit f la fonction polynôme du second degré définie pour tout réel x par :

$$f(x) = (2x+1)(x-3) - \left(\frac{2}{3} - x\right)(3-x)$$

1. Montrer que pour tout réel x on a :

$$f(x) = x^2 - \frac{4}{3}x - 5$$

2. Montrer que pour tout réel x on a :

$$f(x) = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{49}{9}$$

3. Donner le tableau de variation de la fonction f en appliquant le cours.

4. Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = (x-3)\left(x + \frac{5}{3}\right)$

5. Dresser le tableau de signes de f sur \mathbb{R}

6. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$

Exercice 2 : Étude d'une fonction polynôme de degré 3

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -4x^3 + 12x - 2$.

Sa courbe représentative notée C_f est tracée dans le repère orthogonal donné en annexe.

1. Soit g la fonction affine définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 3x - 2$.

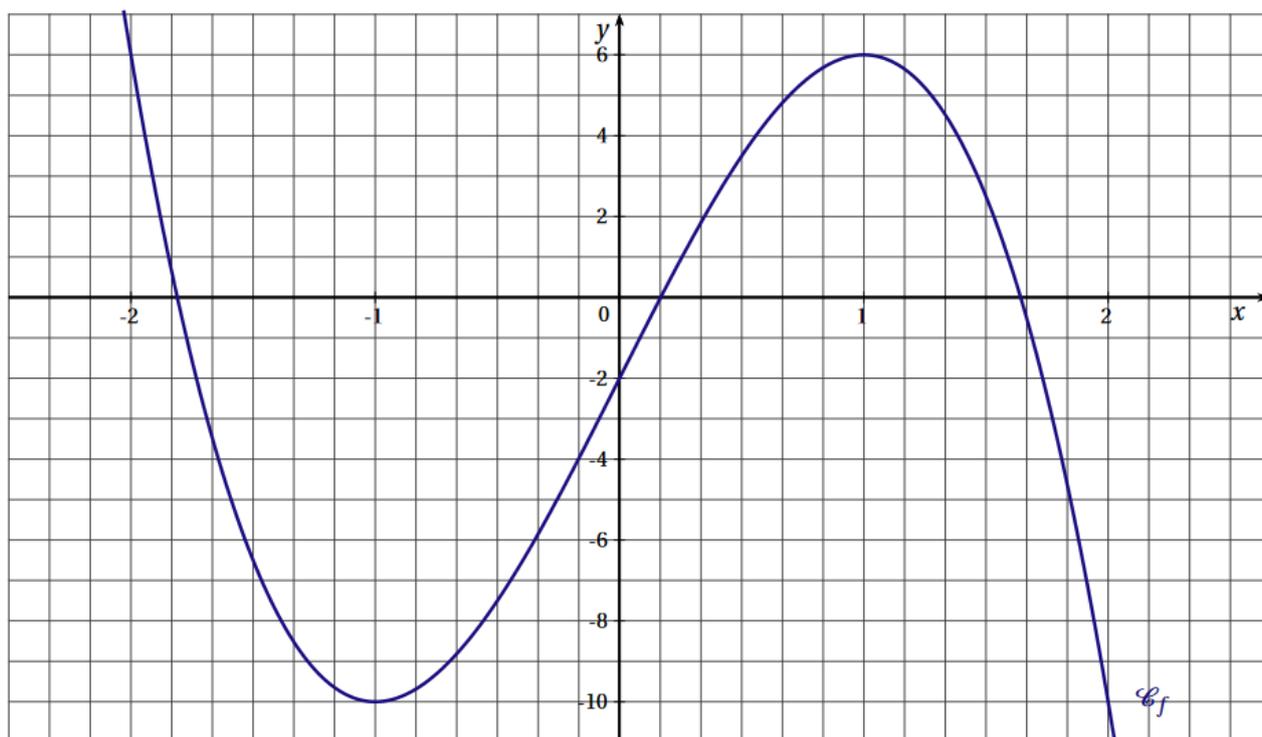
Tracer la courbe D_g représentative de la fonction g dans le repère orthogonal donné en annexe.

2. 2. a. Factoriser $f(x) - g(x)$.

2. b. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.

2. c. En déduire les positions relatives des courbes C_f et D_g .

2. d. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f et D_g .

ANNEXE

Exercice 3 : Étude d'une fonction homographique

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{4-2x}{x+1}$. La courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal est l'hyperbole C_f .

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f avec les axes du repère.
3.
 3. a. Déterminer le réel B tel que $f(x) = -2 + \frac{B}{x+1}$.
 3. b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty; -1[$.
 3. c. En déduire un encadrement de $f(x)$ si $x \in [-1201; -1001]$.
4. Soit g la fonction affine telle que $g(-8) = -6$ et $g(6) = 1$.
 4. a. Déterminer l'expression de g en fonction de x .
 4. b. Tracer la courbe D représentative de la fonction g dans le repère orthogonal donné en annexe.
5.
 5. a. Montrer que pour tout réel $x \neq -1$:

$$f(x) - g(x) = \frac{(3-x)(x+4)}{2x+2}$$
 5. b. Calculer les coordonnées des points d'intersection des deux courbes C_f et D .
 5. c. Étudier les positions relatives des courbes C_f et D .

ANNEXE