***Ex 1* : (**) -** *Calculs d'intégrales (méthodes post-BAC)*

$I_1=\int_0^{\pi/2}\cos^2(x).\sin^2(x).dx$ (linéariser $\sin^2(x)$ et $\cos^2(x)$)

$I_2=\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}.dx$ (utiliser $F(x)=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$)

$I_3=\int_2^5\frac{1}{x(x^2-1)}.dx$ (décomposer en éléments simples)

$I_4=\int_0^2\frac{1}{x^2-4x-5}.dx$ (décomposer en éléments simples)

$I_5=\int_0^2\frac{1}{x^2+4x+5}.dx$ (utiliser une forme canonique et $\int\frac{1}{u^2+1}$)

$I_6=\int_0^{\pi/4}\frac{\cos(x)}{1+\cos^2(x)}.dx$ (poser $u=\sin(x)$ puis décomposer en éléments simples)

$I_7=\int_{\ln 3}^{3\ln 2}\frac{1}{\sqrt{e^x+1}}.dx$ (poser $u=\sqrt{e^x+1}$ puis décomposer en éléments simples)

$I_8=\int_2^4\frac{1}{x(x^4-1)}.dx$ (poser $u=x^4$ puis décomposer en éléments simples)

***Ex 2* : (**) -** *Avec une relation de récurrence*

1) On pose pour tout $n\in\mathbb{N}$: $I_n=\int_0^{\pi/2}\sin^n(x).dx$
   a) Calculer les valeurs exactes de I_0 , I_1 et I_2
   b) Montrer que : $\forall n\geqslant 2$, $I_n=\frac{n-1}{n}\times I_{n-2}$
   c) En déduire les valeurs de I_{2n} et I_{2n+1} en fonction de n

2) On pose pour tout $n\in\mathbb{N}$: $I_n=\int_0^{+\infty}x^n.e^{-x}.dx$
   a) Calculer les valeurs exactes de I_0 , I_1 et I_2
   b) Montrer que : $\forall n\geqslant 1$, $I_n=n\times I_{n-1}$
   c) En déduire la valeur de I_n en fonction de n

Tale spe maths **Calculs d'intégrales** **Mai 2023**

***Ex 1* : (**) -** *Calculs d'intégrales (méthodes post-BAC)*

$I_1=\int_0^{\pi/2}\cos^2(x).\sin^2(x).dx$ (linéariser $\sin^2(x)$ et $\cos^2(x)$)

$I_2=\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}.dx$ (utiliser $F(x)=\ln(x+\sqrt{x^2-1})$)

$I_3=\int_2^5\frac{1}{x(x^2-1)}.dx$ (décomposer en éléments simples)

$I_4=\int_0^2\frac{1}{x^2-4x-5}.dx$ (décomposer en éléments simples)

$I_5=\int_0^2\frac{1}{x^2+4x+5}.dx$ (utiliser une forme canonique et $\int\frac{1}{u^2+1}$)

$I_6=\int_0^{\pi/4}\frac{\cos(x)}{1+\cos^2(x)}.dx$ (poser $u=\sin(x)$ puis décomposer en éléments simples)

$I_7=\int_{\ln 3}^{3\ln 2}\frac{1}{\sqrt{e^x+1}}.dx$ (poser $u=\sqrt{e^x+1}$ puis décomposer en éléments simples)

$I_8=\int_2^4\frac{1}{x(x^4-1)}.dx$ (poser $u=x^4$ puis décomposer en éléments simples)

***Ex 2* : (**) -** *Avec une relation de récurrence*

1) On pose pour tout $n\in\mathbb{N}$: $I_n=\int_0^{\pi/2}\sin^n(x).dx$
   a) Calculer les valeurs exactes de I_0 , I_1 et I_2
   b) Montrer que : $\forall n\geqslant 2$, $I_n=\frac{n-1}{n}\times I_{n-2}$
   c) En déduire les valeurs de I_{2n} et I_{2n+1} en fonction de n

2) On pose pour tout $n\in\mathbb{N}$: $I_n=\int_0^{+\infty}x^n.e^{-x}.dx$
   a) Calculer les valeurs exactes de I_0 , I_1 et I_2
   b) Montrer que : $\forall n\geqslant 1$, $I_n=n\times I_{n-1}$
   c) En déduire la valeur de I_n en fonction de n