Correction 1

a. $z_1 = 3\cdot(2-\mathrm{i}) + \mathrm{i}\cdot(3+2\cdot\mathrm{i}) = 6-3\cdot\mathrm{i}+3\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}^2$
$= 6+2\cdot(-1) = 6-2 = 4$

b. $z_2 = (5+2\cdot\mathrm{i})\cdot(1-\mathrm{i}) = 5-5\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}-2\cdot\mathrm{i}^2$
$= 5-5\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}-2\cdot(-1) = 5-5\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}+2$
$= 7-3\cdot\mathrm{i}$

Correction 2

a. $z_4 = (5+2\cdot\mathrm{i})^2 = 25+2\times5\cdot2\cdot\mathrm{i}+(2\cdot\mathrm{i})^2$
$= 25+20\cdot\mathrm{i}-4 = 21+20\cdot\mathrm{i}$

b. $z_5 = (2-\mathrm{i})^2 - 2\cdot(1+3\cdot\mathrm{i})^2$
$= (2^2-2\times2\cdot\mathrm{i}+\mathrm{i}^2) - 2\cdot\left[1^2+2\times1\times3\cdot\mathrm{i}+(3\cdot\mathrm{i})^2\right]$
$= 4-4\cdot\mathrm{i}-1-2\cdot(1+6\cdot\mathrm{i}-9)$
$= 4-4\cdot\mathrm{i}-1-2\cdot(-8+6\cdot\mathrm{i})$
$= 4-4\cdot\mathrm{i}-1+16-12\cdot\mathrm{i} = 19-16\cdot\mathrm{i}$

Correction 3

1. On a le développement suivant :
$z = (x+2\cdot\mathrm{i})\cdot(1-x\cdot\mathrm{i}) = x-x^2\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}-2\cdot\mathrm{i}^2\cdot x$
$= x+(2-x^2)\cdot\mathrm{i}+2\cdot x = 3\cdot x+(2-x^2)\cdot\mathrm{i}$

2. a. z est un nombre réel lorsque sa partie imaginaire est nulle. Ainsi, le nombre x doit vérifier l'équation :
$$2-x^2=0$$
$$\left(\sqrt{2}\right)^2-x^2=0$$
$$\left(\sqrt{2}+x\right)\left(\sqrt{2}-x\right)=0$$
Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.
Ainsi, les valeurs de x rendant z un nombre réel :
$x=-\sqrt{2}$; $x=\sqrt{2}$

b. z est un nombre imaginaire pur si sa partie réelle est nulle ; ainsi, pour que z soit un imaginaire pur, il est nécessaire que :
$3\cdot x=0$
La seule valeur de x rendant z un imaginaire pur est :
$x=0$

Correction 4

1. Vérifions que ces trois nombres sont des racines du polynôme P :
- $P = 2\cdot{z_1}^3+{z_1}^2+2\cdot z_1+1$
$= 2\cdot(-\mathrm{i})^3+(-\mathrm{i})^2+2\cdot(-\mathrm{i})+1$
$= 2\cdot\mathrm{i}+(-1)-2\cdot\mathrm{i}+1 = 0$
z_1 est une racine du polynôme P.
- $P = 2\cdot{z_2}^3+{z_2}^2+2\cdot z_2+1 = 2\cdot\mathrm{i}^3+\mathrm{i}^2+2\cdot\mathrm{i}+1$
$= -2\cdot\mathrm{i}+(-1)+2\cdot\mathrm{i}+1 = 0$
z_2 est une racine du polynôme P.
- $P = 2\cdot{z_3}^3+{z_3}^2+2\cdot z_3+1$
$= 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+1$
$= -2\times\frac{1}{8}+\frac{1}{4}-2\times\frac{1}{2}+1 = -\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-1+1 = 0$
z_3 est une racine du polynôme P.

2. Vérifions que z_4 est une racine du polynôme Q :
$Q = \mathrm{i}\cdot{z_4}^2+(2+\mathrm{i})z_4+2 = \mathrm{i}\cdot(2\cdot\mathrm{i})^2+(2+\mathrm{i})\cdot(2\cdot\mathrm{i})+2$
$= \mathrm{i}\cdot4\cdot\mathrm{i}^2+4\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}^2+2 = -4\cdot\mathrm{i}+4\cdot\mathrm{i}-2+2 = 0$
z_4 est une racine du polynôme Q.

Correction 5

1. On a les deux évaluations suivantes :
- $z+2-\mathrm{i} = (-1-2\cdot\mathrm{i})+2-\mathrm{i} = 1-3\cdot\mathrm{i}$
- $(1+\mathrm{i})\cdot z = (1+\mathrm{i})\cdot(-1-2\cdot\mathrm{i}) = -1-2\cdot\mathrm{i}-\mathrm{i}-2\cdot\mathrm{i}^2$
$= -1-3\cdot\mathrm{i}+2 = 1-3\cdot\mathrm{i}$

On en déduit que le nombre complexe $-1-2\cdot\mathrm{i}$ est solution de l'équation (E).

2. On a les deux évaluations suivantes :
- $(z-1+2\cdot\mathrm{i})(z+2\cdot\mathrm{i}) = \left[(-\mathrm{i})-1+2\cdot\mathrm{i}\right]\left[(-i)+2\cdot\mathrm{i}\right]$
$= (-1+\mathrm{i})\cdot\mathrm{i} = -\mathrm{i}+\mathrm{i}^2 = -1-\mathrm{i}$
- $z^2-\mathrm{i} = (-\mathrm{i})^2-\mathrm{i} = \mathrm{i}^2-\mathrm{i} = -1-\mathrm{i}$

On en déduit que le nombre complexe $-\mathrm{i}$ est une solution de l'équation (F).

Correction 6

a. L'équation peut s'écrire :
$$\frac{z-5}{z-\mathrm{i}} = \mathrm{i}$$
$$z-5 = \mathrm{i}\cdot(z-\mathrm{i})$$
$$z-5 = \mathrm{i}\cdot z-\mathrm{i}^2$$
$$z-5 = \mathrm{i}\cdot z+1$$
$$z-\mathrm{i}\cdot z-6 = 0$$
Tout nombre complexe z admet une écriture algébrique $(a+\mathrm{i}\cdot b)$; on a alors :
$$(a+\mathrm{i}\cdot b)-\mathrm{i}\cdot(a+\mathrm{i}\cdot b)-6=0$$
$$a+\mathrm{i}\cdot b-\mathrm{i}\cdot a-\mathrm{i}^2\cdot b-6=0$$
$$a+\mathrm{i}\cdot b-\mathrm{i}\cdot a+b-6=0$$
$$(a+b-6)+\mathrm{i}\cdot(b-a)=0$$
Ainsi, les nombres a et b vérifient le système suivant :
$$\begin{cases} a+b-6=0 \\ -a+b=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a+b=6 \\ -a+b=0 \end{cases}$$
On en déduit que cette équation admet pour unique solution :
$\mathcal{S}=\{3+3\cdot\mathrm{i}\}$

b.
$$\frac{2-3\cdot z}{z+\mathrm{i}} = -2\cdot\mathrm{i}+z$$
$$2-3\cdot z = (-2\cdot\mathrm{i}+z)(z+\mathrm{i})$$
$$2-3\cdot z = -2\cdot\mathrm{i}\cdot z-2\cdot\mathrm{i}^2+z^2+\mathrm{i}\cdot z$$
$$2-3\cdot z = -2\cdot\mathrm{i}\cdot z+2+z^2+\mathrm{i}\cdot z$$
$$-3\cdot z+2\cdot\mathrm{i}\cdot z-z^2-\mathrm{i}\cdot z = 2-2$$
$$-3\cdot z+\mathrm{i}\cdot z-z^2 = 2-2$$
$$z\cdot(-3+\mathrm{i}-z) = 0$$
Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul.
On obtient les deux équations :

$z=0$	$-3+\mathrm{i}-z=0$
	$-z=3-\mathrm{i}$
	$z=-3+\mathrm{i}$

Ainsi, cette équation admet pour ensemble de solutions : $\mathcal{S}=\big\{0\,;-3+\mathrm{i}\big\}$

Correction 7

a. Déterminons l'écriture algébrique de z :

$$z=\frac{1}{\mathrm{i}}=\frac{1\cdot\overline{\mathrm{i}}}{\mathrm{i}\cdot\overline{\mathrm{i}}}=\frac{-\mathrm{i}}{-\mathrm{i}^2}=\frac{\mathrm{i}}{-1}=-\mathrm{i}$$

On a l'écriture algébrique : $z=-\mathrm{i}$

b. On a l'écriture algébrique de z :

$$z=\frac{2}{2-\mathrm{i}}=\frac{2\cdot\overline{2-\mathrm{i}}}{(2-\mathrm{i})\cdot\overline{2-\mathrm{i}}}=\frac{2\cdot\big(2+\mathrm{i}\big)}{\big(2-\mathrm{i}\big)\big(2+\mathrm{i}\big)}=\frac{4+2\cdot\mathrm{i}}{2^2-\mathrm{i}^2}$$

$$=\frac{4+2\cdot\mathrm{i}}{4-(-1)}=\frac{4+2\cdot\mathrm{i}}{4+1}=\frac{4+2\cdot\mathrm{i}}{5}=\frac{4}{5}+\frac{2}{5}\cdot\mathrm{i}$$

On a l'écriture algébrique : $z=\dfrac{4}{5}+\dfrac{2}{5}\cdot\mathrm{i}$

c. $$z=\frac{3}{1+2\cdot\mathrm{i}}=\frac{3\cdot\overline{1+2\cdot\mathrm{i}}}{(1+2\cdot\mathrm{i})\cdot\overline{1+2\cdot\mathrm{i}}}=\frac{3\big(1-2\cdot\mathrm{i}\big)}{\big(1+2\cdot\mathrm{i}\big)\big(1-2\cdot\mathrm{i}\big)}$$

$$=\frac{3-6\cdot\mathrm{i}}{1^2-\big(2\cdot\mathrm{i}\big)^2}=\frac{3-6\cdot\mathrm{i}}{1-4\cdot\mathrm{i}^2}=\frac{3-6\cdot\mathrm{i}}{1+4}$$

$$=\frac{3-6\cdot\mathrm{i}}{5}=\frac{3}{5}-\frac{6}{5}\cdot\mathrm{i}$$

On a l'écriture algébrique : $z=\dfrac{3}{5}-\dfrac{6}{5}\cdot\mathrm{i}$

Correction 8

a. $z_1+z_2=\big(1+\mathrm{i}\big)+\big(5-2\cdot\mathrm{i}\big)=1+\mathrm{i}+5-2\cdot\mathrm{i}=6-\mathrm{i}$

b. $z_1-z_2=\big(1+\mathrm{i}\big)-\big(5-2\cdot\mathrm{i}\big)=1+\mathrm{i}-5+2\cdot\mathrm{i}=-4+3\cdot\mathrm{i}$

c. $z_1-2\cdot z_2=\big(1+\mathrm{i}\big)-2\cdot\big(5-2\cdot\mathrm{i}\big)=1+\mathrm{i}-10+4\cdot\mathrm{i}$
$=-9+5\cdot\mathrm{i}$

d. $z_1\cdot z_2=\big(1+\mathrm{i}\big)\big(5-2\cdot\mathrm{i}\big)=5-2\cdot\mathrm{i}+5\cdot\mathrm{i}-2\cdot\mathrm{i}^2$
$=5+3\cdot\mathrm{i}-2\cdot(-1)=5+3\cdot\mathrm{i}+2=7+3\cdot\mathrm{i}$

e. $$\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+\mathrm{i}}{5-2\cdot\mathrm{i}}=\frac{(1+\mathrm{i})(5+2\cdot\mathrm{i})}{(5-2\cdot\mathrm{i})(5+2\cdot\mathrm{i})}=\frac{5+2\cdot\mathrm{i}+5\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}^2}{5^2-(2\cdot\mathrm{i})^2}$$

$$=\frac{5+7\cdot\mathrm{i}+2\cdot(-1)}{25+4}=\frac{5+7\cdot\mathrm{i}-2}{29}=\frac{3+7\cdot\mathrm{i}}{29}$$

$$=\frac{3}{29}+\frac{7}{29}\cdot\mathrm{i}$$

f. $$\frac{z_2}{z_1-z_2}=\frac{5-2\cdot\mathrm{i}}{\big(1+\mathrm{i}\big)-\big(5-2\cdot\mathrm{i}\big)}=\frac{5-2\cdot\mathrm{i}}{1+i-5+2\cdot\mathrm{i}}$$

$$=\frac{5-2\cdot\mathrm{i}}{-4+3\cdot\mathrm{i}}=\frac{\big(5-2\cdot\mathrm{i}\big)\big(-4-3\cdot\mathrm{i}\big)}{\big(-4+3\cdot\mathrm{i}\big)\big(-4-3\cdot\mathrm{i}\big)}$$

$$=\frac{-20-15\cdot\mathrm{i}+8\cdot\mathrm{i}+6\cdot\mathrm{i}^2}{(-4)^2-(3\cdot\mathrm{i})^2}=\frac{-20-7\cdot\mathrm{i}-6}{16+9}$$

$$=\frac{-26-7\cdot\mathrm{i}}{25}=-\frac{26}{25}-\frac{7}{25}\cdot\mathrm{i}$$

Correction 9

a. $$\begin{aligned}\frac{2-3\cdot z}{z+\mathrm{i}}&=-2\cdot\mathrm{i}+z\\ \frac{2-3\cdot z}{z+\mathrm{i}}+2\cdot\mathrm{i}-z&=0\\ \frac{2-3\cdot z+\big(2\cdot\mathrm{i}-z\big)\big(z+\mathrm{i}\big)}{z+\mathrm{i}}&=0\\ \frac{2-3\cdot z+2\cdot\mathrm{i}\cdot z+2\cdot\mathrm{i}^2-z^2-\mathrm{i}\cdot z}{z+\mathrm{i}}&=0\\ \frac{2-3\cdot z+2\cdot\mathrm{i}\cdot z-2-z^2-\mathrm{i}\cdot z}{z+\mathrm{i}}&=0\\ \frac{-3\cdot z+2\cdot\mathrm{i}\cdot z-z^2-\mathrm{i}\cdot z}{z+\mathrm{i}}&=0\\ \frac{-3\cdot z+\mathrm{i}\cdot z-z^2}{z+\mathrm{i}}&=0\\ \frac{z\cdot\big(-3+\mathrm{i}-z\big)}{z+\mathrm{i}}&=0\end{aligned}$$

Si un quotient est nul alors son numérateur est nul. On obtient les deux équations :

$$\begin{array}{c|r} z=0 & -3+\mathrm{i}-z=0\\ & -z=3-\mathrm{i}\\ & z=-3+\mathrm{i}\end{array}$$

Ainsi, cette équation admet pour ensemble de solutions : $\mathcal{S}=\big\{0\,;-3+\mathrm{i}\big\}$

b. $$\begin{aligned}(1+2\cdot\mathrm{i})(z-3\cdot\mathrm{i})&=z+2+3\cdot\mathrm{i}\\ z-3\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}\cdot z-6\cdot\mathrm{i}^2&=z+2+3\cdot\mathrm{i}\\ z-3\cdot\mathrm{i}+2\cdot\mathrm{i}\cdot z+6&=z+2+3\cdot\mathrm{i}\\ z+2\cdot\mathrm{i}\cdot z-z&=2+3\cdot\mathrm{i}+3\cdot\mathrm{i}-6\\ 2\cdot\mathrm{i}\cdot z&=-4+6\cdot\mathrm{i}\\ z&=\frac{-4+6\cdot\mathrm{i}}{2\cdot\mathrm{i}}\\ z&=\frac{\big(-4+6\cdot\mathrm{i}\big)\cdot\mathrm{i}}{2\cdot\mathrm{i}\times\mathrm{i}}\\ z&=\frac{-4\cdot\mathrm{i}+6\cdot\mathrm{i}^2}{2\cdot\mathrm{i}^2}\\ z&=\frac{-4\cdot\mathrm{i}-6}{-2}\\ z&=\frac{6+4\cdot\mathrm{i}}{2}\\ z&=3+2\cdot\mathrm{i}\end{aligned}$$

Cette équation admet pour unique solution : $3+2\cdot\mathrm{i}$.

Correction 10

a. $\overline{z_1}=\overline{(1+\mathrm{i})\cdot(2-\mathrm{i})}$

Le conjugué d'un produit est égal au produit des conjugués :

$=\overline{(1+\mathrm{i})}\cdot\overline{(2-\mathrm{i})}=(1-\mathrm{i})\cdot(2+\mathrm{i})=z_2$

b. $\overline{z_1}=\overline{\left(\dfrac{\mathrm{i}-3}{2+2\cdot\mathrm{i}}\right)}$

Le conjugué d'un quotient est égal au quotient des conjugués

$$=\frac{\overline{\mathrm{i}-3}}{\overline{2+2\cdot\mathrm{i}}}=\frac{-\mathrm{i}-3}{2-2\cdot\mathrm{i}}=z_2$$

c. $\overline{z_1} = \overline{(1-\mathrm{i})^5}$

Le conjugué d'une puissance est égale à la puissance d'un conjugué :

$= \left(\overline{1-\mathrm{i}}\right)^5 = (1+\mathrm{i})^5$

Correction 11

On notera tout nombre complexe z sous son écriture algébrique :

$z = a+\mathrm{i}{\cdot}b \quad$ où $a{,}b \in \mathbb{R}$.

a. On a les équations équivalentes suivantes :

$$\begin{aligned} z+\overline{z} &= 6 \\ (a+\mathrm{i}{\cdot}b)+(a-\mathrm{i}{\cdot}b) &= 6 \\ 2a+0{\cdot}\mathrm{i} &= 6 \\ a+0{\cdot}b{\cdot}\mathrm{i} &= 3+0{\cdot}\mathrm{i} \end{aligned}$$

On en déduit le système : $\begin{cases} a = 3 \\ 0{\cdot}b = 0 \end{cases}$

Deux nombres complexes sont égaux si, et seulement si, leur partie réelle et leur imaginaire sont égales.

Ainsi, l'ensemble des solutions de cette équation est :

$\left\{3+b{\cdot}\mathrm{i} \mid b\in\mathbb{R}\right\}$

Cet ensemble est l'ensemble des nombres complexes ayant 3 pour partie réelle.

b. On a :

$$\begin{aligned} z+\overline{z} &= \mathrm{i} \\ (a+\mathrm{i}{\cdot}b)+(a-\mathrm{i}{\cdot}b) &= \mathrm{i} \\ 2a &= \mathrm{i} \\ 2a+0{\cdot}\mathrm{i} &= 0+\mathrm{i} \end{aligned}$$

Il est impossible que ces deux nombres complexes aient la même partie réelle et la même partie imaginaire.

L'ensemble des solutions est : $\quad \mathcal{S} = \varnothing$

c. On a :

$$\begin{aligned} z+2{\cdot}\overline{z} &= 8+\mathrm{i} \\ (a+\mathrm{i}{\cdot}b)+2{\cdot}(a-\mathrm{i}{\cdot}b) &= 8+\mathrm{i} \\ a+\mathrm{i}{\cdot}b+2{\cdot}a-2{\cdot}\mathrm{i}{\cdot}b &= 8+\mathrm{i} \\ 3{\cdot}a-\mathrm{i}{\cdot}b &= 8+\mathrm{i} \end{aligned}$$

Deux nombres complexes sont égaux si, et seulement, si leur partie réelle et leur partie imaginaire sont égales.

On obtient le système suivant : $\begin{cases} 3{\cdot}a = 8 \\ -b = 1 \end{cases}$

Ainsi, cette équation a pour unique solution le nombre complexe dont l'écriture algébrique est :

$z = \dfrac{8}{3} - i$

d. En utilisant l'écriture algébrique du nombre complexe z, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathrm{i}{\cdot}\overline{z}+2{\cdot}(z-5) &= 0 \\ \mathrm{i}{\cdot}\overline{a+\mathrm{i}{\cdot}b}+2{\cdot}\big[(a+\mathrm{i}{\cdot}b)-5\big] &= 0 \\ \mathrm{i}{\cdot}(a-\mathrm{i}{\cdot}b)+2{\cdot}a+2{\cdot}\mathrm{i}{\cdot}b-10 &= 0 \\ \mathrm{i}{\cdot}a-\mathrm{i}^2{\cdot}b+2{\cdot}a+2{\cdot}\mathrm{i}{\cdot}b-10 &= 0 \\ \mathrm{i}{\cdot}a+b+2{\cdot}a+2{\cdot}\mathrm{i}{\cdot}b-10 &= 0 \\ (b+2{\cdot}a-10)+\mathrm{i}{\cdot}(a+2{\cdot}b) &= 0 \end{aligned}$$

Deux nombres complexes sont égaux si, et seulement si, leur partie réelle et leur partie partie imaginaire sont égales ; on obtient le système :

$$\begin{cases} 2a + b - 10 = 0 \\ a + 2b = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 2a + b = 10 \\ a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} 2a + b = 10 \\ 2a + 4b = 0 \end{cases}$$

Pour soustraction de la première équation par la seconde :

$$\begin{aligned} b-4b &= 10-0 \\ -3b &= 10 \\ b &= -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

En utilisant la seconde équation :

$$\begin{aligned} a+2{\cdot}b &= 0 \\ a+2\times\left(-\frac{10}{3}\right) &= 0 \\ a-\frac{20}{3} &= 0 \\ a &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

On en déduit que ce système admet pour solution un unique complexe :

$\mathcal{S} = \left\{\dfrac{20}{3} - \dfrac{10}{3}{\cdot}\mathrm{i}\right\}$

Correction 12

- $(1+\mathrm{i})^0 = 1$
- $(1+\mathrm{i})^1 = 1+\mathrm{i}$
- $(1+\mathrm{i})^2 = 1^2+2\times1{\cdot}\mathrm{i}+\mathrm{i}^2 = 1+2{\cdot}\mathrm{i}+(-1) = 2{\cdot}\mathrm{i}$
- D'après la formule du binôme, on a :

  $$\begin{aligned} (1+\mathrm{i})^3 &= \sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}{\cdot}1^k{\cdot}\mathrm{i}^{3-k} = \sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}{\cdot}\mathrm{i}^{3-k} \\ &= 1\times\mathrm{i}^3+3\times\mathrm{i}^2+3\times\mathrm{i}^1+1\times\mathrm{i}^0 = -\mathrm{i}-3+3\mathrm{i}+1 \\ &= -2+2\mathrm{i} \end{aligned}$$

- D'après la formule du binôme, on a :

  $$\begin{aligned} (1+\mathrm{i})^4 &= \sum_{k=0}^{4}\binom{4}{k}{\cdot}1^k{\cdot}\mathrm{i}^{4-k} = \sum_{k=0}^{4}\binom{4}{k}{\cdot}\mathrm{i}^{4-k} \\ &= 1\times\mathrm{i}^4+4\times\mathrm{i}^3+6\times\mathrm{i}^2+4\times\mathrm{i}^1+1\times\mathrm{i}^0 \\ &= 1-4{\cdot}\mathrm{i}-6+4{\cdot}\mathrm{i}+1 = -4 \end{aligned}$$

On en déduit la valeur de la somme :

$$\begin{aligned} z &= \sum_{k=0}(1+i)^k \\ &= (1+\mathrm{i})^0+(1+\mathrm{i})^1+(1+\mathrm{i})^2+(1+\mathrm{i})^3+(1+\mathrm{i})^4 \\ &= 1+(1+\mathrm{i})+2{\cdot}\mathrm{i}+(-2+2{\cdot}\mathrm{i})+(-4) \\ &= -4+5{\cdot}\mathrm{i} \end{aligned}$$

Correction 13

1. On a :

$$\begin{aligned} A &= 1+\mathrm{i}+\mathrm{i}^2+\mathrm{i}^3 = 1+\mathrm{i}+(-1)+\mathrm{i}\times\mathrm{i}^2 \\ &= 1+\mathrm{i}+(-1)+\mathrm{i}{\cdot}(-1) = \mathrm{i}-\mathrm{i} = 0 \end{aligned}$$

2. Le terme B est la somme des termes 100 premiers termes de la suite géométrique de premier terme 1 et de raison i. Ainsi, B accepte l'expression :

$$\begin{aligned} B &= 1+\mathrm{i}+\mathrm{i}^2+\cdots+\mathrm{i}^{99} = 1\cdot\frac{1-\mathrm{i}^{100}}{1-\mathrm{i}} = \frac{1-\left(\mathrm{i}^4\right)^{25}}{1-\mathrm{i}} \\ &= \frac{1-1^{25}}{1-\mathrm{i}} = \frac{1-1}{1-\mathrm{i}} = \frac{0}{1-\mathrm{i}} = 0 \end{aligned}$$

Correction 14

On a :

$$\begin{aligned} z &= \frac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = \frac{(1-\mathrm{i})\cdot(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})\cdot(1-\mathrm{i})} = \frac{(1-\mathrm{i})\cdot(1-\mathrm{i})}{1^2+1^2} \\ &= \frac{1^2-2\cdot\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}{1^2+1^2} = \frac{-2\cdot\mathrm{i}}{2} = -\mathrm{i} \end{aligned}$$

