Fonctions du Second degré - 1ère spé maths - Vendredi 24 novembre

E.1 Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants :

(a) x^2+4x-5 (b) x^2-2x-1

E.2 Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

(a) $2x^2+12x-4$ (b) $3x^2+30x+12$

E.3

(1) Déterminer la forme canonique de l'expression :
x^2-6x+3

(2) Résoudre l'équation : $x^2-6x+3=19$

E.4

Définition : les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.

Proposition : pour un polynôme $a\cdot x^2+b\cdot x+c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune racine	1 racine $-\dfrac{b}{2\cdot a}$	2 racine $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$; $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$

Déterminer les racines des polynômes ci-dessous :

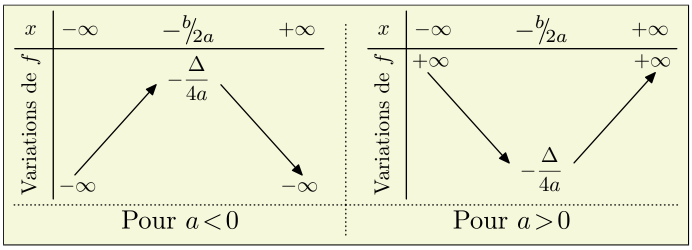
(a) x^2+4x-5 (b) x^2+x+1

(c) $2x^2-13x+15$ (d) $3x^2-6x+3$

E.5 Résoudre l'équation suivantes :
$x(x-2)(x+1)=(x-2)(-7-3x)$

E.6 Résoudre l'équation : $\dfrac{x-1}{x+1}=1-2\cdot x$

E.7



Dresser le tableau de variations des fonctions polynômiales du second degré ci-dessous :

(a) $f(x)=3\cdot x^2-3\cdot x+2$ (b) $g(x)=-x^2-2\cdot x+3$

E.8

La factorisation d'un polynôme $a\cdot x^2+b\cdot x+c$ du second degré dépend de la valeur de son discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune factorisation	$a\cdot\left(x+\dfrac{b}{2\cdot a}\right)^2$	$a\cdot(x-\alpha)(x-\beta)$ où α et β sont les deux racines du polynômes

Factoriser, si possible, les expressions suivantes :

(a) x^2-3x+2 (b) $-2x^2-2x+4$

(c) $-x^2+2x-1$ (d) $4x^2+x+3$

E.9

Le tableau de signes d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$ (α et β sont les deux racines)
$a>0$	x : $-\infty$; $+\infty$ — Signe : $+$	x : $-\infty$; $-b/2a$; $+\infty$ — Signe : $+$ 0 $+$	x : $-\infty$; α ; β ; $+\infty$ — Signe : $+$ 0 $-$ 0 $+$
$a<0$	x : $-\infty$; $+\infty$ — Signe : $-$	x : $-\infty$; $-b/2a$; $+\infty$ — Signe : $-$ 0 $-$	x : $-\infty$; α ; β ; $+\infty$ — Signe : $-$ 0 $+$ 0 $-$

Etablir le tableau de signes des polynomes du second degré suivant :

(a) x^2+3x+4 (b) $4x^2+3x-10$ (c) $4x^2-16x+16$

E.10 Résoudre les inéquations suivantes :

(a) $-2\cdot x^2+x+3<0$ (b) $3\cdot x^2-6\cdot x-3\geqslant 0$

E.11 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=x^3-7\cdot x-6$

(1) Vérifier que le nombre 3 est un zéro de la fonction f.

Le polynôme $x^3-7\cdot x-6$ admet le nombre 3 pour racine. Il admet donc une factorisation de la forme :
$x^3-7\cdot x-6=(x-3)\left(a\cdot x^2+b\cdot x+c\right)$ où $a,b,c\in\mathbb{R}$

(2) (a) Pour a, b, c des nombres réels, vérifier l'identité suivante :
$(x-3)\left(a\cdot x^2+b\cdot x+c\right)=a\cdot x^3+(b-3a)\cdot x^2+(c-3b)\cdot x-3c$

(b) Déterminer les valeurs de a et b vérifiant :
$a=1$; $b-3a=0$; $c-3b=-7$; $-3c=-6$

(c) En déduire la forme factorisée de la fonction f en facteurs de degré 1.

E.12 On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}\backslash\{5\}$ par les relations :
$f(x)=\dfrac{5}{4x^2+1}$; $g(x)=-x+2$

Etudier la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g.

E.13 On considère le polynome $\mathcal{P}$ admettant pour expression :
$\mathcal{P}=2\cdot x^3+7\cdot x^2-7\cdot x-12$

(1) Etablir la factorisation suivante où b est un nombre réel à déterminer :
$\mathcal{P}=(x+1)\cdot\left(2\cdot x^2+b\cdot x-12\right)$

(2) En déduire le tableau de signes du polynôme $\mathcal{P}$.