Suites numériques - 1ère spé maths - Vendredi 24 novembre

E.1 Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$:

a) $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ b) $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$ c) $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

E.2 On définit la suite par récurrence $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation :

$u_0 = 5$; $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

E.3 On considère la suite $\left(v_n\right)_{n\in\mathbb{R}}$ définie par :

$v_{n+1} = \dfrac{1-v_n}{1+v_n}$; $v_0 = 3$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite $\left(v_n\right)$.
2. Que remarque-t-on?

E.4 On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ par les relations :

$u_0 = -1$; $u_{n+1} = u_n + n - 2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite $\left(u_n\right)$.

E.5 On considère l'algorithme ci-dessous :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à 5
  a ← a+3
Fin
```

1. Afin de connaître la valeur de la variable `a` à la fin de l'exécution de cet algorithme, saisissez cet algorithme dans le langage Python :

```
a=2;
for i in range(0,6):
  a=a+3;
print(a)
```

2. Parmi les suites ci-dessous laquelle a été implémentée dans l'algorithme précédent :

a) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2\times u_n \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3\times u_n \end{cases}$

E.6 On considère la suite $\left(u_n\right)$ géométrique de premier terme de 2 et de raison 2 :

1. Saisir l'algorithme ci-dessous.

```
n ← 0
u ← 2
Tant que  u<1000
    u ← 2× u
    n ← n+1
Fin Tant que
```

Interpréter la valeur de la variable `n` à la fin de l'exécution de l'algorithme.

2. Modifier l'algorithme pour connaitre le rang du premier terme supérieur à 5000.

E.7 On considère l'algorithme suivant :

```
a ← 2
Pour i allant de 0 à
5
    a ← a×2
Fin Pour
```

1. Lors de son exécution pas à pas, indiquer les différentes valeurs prises par la variable `a`
2. Parmi les exrpressions choisies qu'elle*(s)* peuvent être l'expression d'une suite $\left(u_n\right)$ afin que ses six premiers termes soient les valeurs prises par la variable `a` lors de l'exécution de l'algorithme précédent :

a) $u_n = 2\cdot n,\quad \forall n\in\mathbb{N}$ b) $u_n = 2^n,\quad \forall n\in\mathbb{N}$

c) $u_n = 2^{n+1},\quad \forall n\in\mathbb{N}$ d) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2\cdot u_n,\ \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

e) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2\cdot u_{n+1},\ \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$ f) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_n = 2\cdot u_{n-1},\ \forall n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$

E.8 Soit $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$u_0 = 1$; $u_{n+1} = u_n - {u_n}^2 - 1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Compléter le tableau ci-dessous des premiers termes de la suite $\left(u_n\right)$:

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite $\left(u_n\right)$ est décroissante.

E.9 Soit $\left(w_n\right)$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$w_n = 2n - \dfrac{25}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Montrer que la suite $\left(w_n\right)$ est croissante.

E.10 On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie par :

$u_n = \dfrac{1-n}{1+n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer une expression simplifiée de $u_{n+1}-u_n$.
2. En déduire les variations de la suite $\left(u_n\right)$ sur $\mathbb{N}$.

E.11 Soit $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :

$u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$

1. Donner l'expression réduite de : $u_{n+1}-u_n$.
2. En déduire que la suite $\left(u_n\right)$ est croissante pour n supérieur à 2.

E.12 On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie par :

$u_n = \dfrac{n^2+10}{2\cdot n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

Justifier que $\left(u_n\right)$ est croissante à partir du rang 3.