

Comment lire un nombre dérivé ?

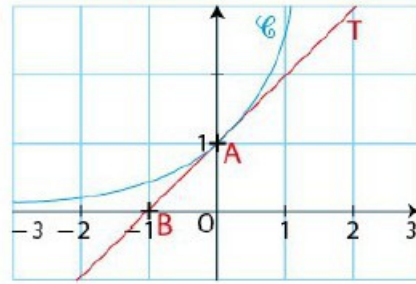
Soit f la fonction représentée ci-contre

$f'(0)$ est le coefficient-directeur de la tangente à C_f au point $A(0;1)$

$$\text{donc } f'(0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+1}{+1} = 1$$

$$\text{ou bien } f'(0) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 1}{-1 - 0} = 1$$

--> cf ex corrigé n°4 p 97

**Comment calculer un nombre dérivé (méthode analytique) ?**

Soit $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ avec $x \in \mathbb{R}$; on souhaite calculer $f'(1)$?

$$\text{par définition : } f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

on calcule d'abord le taux d'accroissement de f en 1 :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{2(1+h)^2 - 3(1+h) + 4 - (-1)}{h} \\ &= \frac{2(1+2h+h^2) - 3 - 3h + 5}{h} = \frac{2+4h+2h^2 - 3 - 3h + 2}{h} = \frac{2h^2 + h}{h} = 2h + 1 \end{aligned}$$

$$\text{puis on calcule } f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 1) = 2 \times 0 + 1 = 1$$

--> cf ex corrigé n°3 p 97

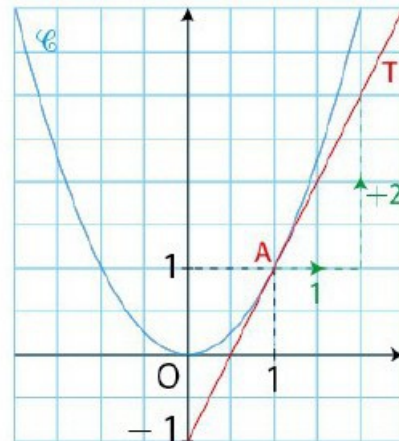
Comment déterminer l'équation d'une tangente ?

Soit f la fonction représentée ci-contre

On souhaite déterminer l'équation de la tangente (T) à C_f au point $A(1;1)$

Méthode 1 : on applique la formule de la tangente $(T_1): y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$$f(1) = 1 \text{ et } f'(1) = 2 \text{ (lectures)}$$



donc on obtient $(T_1): y = 2(x-1) + 1$ soit $(T_1): y = 2x - 1$

Méthode 2 : on applique la méthode avec 2 points (cf Ch 3)

(T) passe par les points $A(1;1)$ et $B(0;-1)$ avec $(T): y = mx + p$

donc $m = 2$ et $p = -1$ (lectures) donc $(T): y = 2x - 1$

--> cf ex corrigé n°7 p 98

Comment calculer une fonction dérivée d'un polynôme, d'un produit ?

Ex : $f(x) = -5x^3 + 7x^2 + 4x - 3$ et $g(x) = (2x^2 + x)(-4x + 3)$

$$f'(x) = -5 \times 3x^2 + 7 \times 2x + 4 \times 1 - 0 = -15x^2 + 14x + 4$$

on applique les formules de dérivées simples avec $(x^n)' = nx^{n-1}$

$$\begin{aligned} g'(x) &= (4x+1)(-4x+3) + (2x^2+x)(-4) \\ &= -16x^2 + 12x - 4x + 3 - 8x^2 - 4x \\ &= -24x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

on utilise la formule du produit : $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$

--> cf ex corrigé n°11 p 99

Comment calculer une fonction dérivée d'un inverse, d'un quotient ?

Ex : $f(x) = \frac{4}{2x^3 - 8x}$ et $g(x) = \frac{2x^2 - 5}{-x^2 + 4}$

$$f'(x) = \frac{-4 \times (6x^2 - 8)}{(2x^3 - 8x)^2} = \frac{-24x^2 + 32}{(2x^3 - 8x)^2}$$

on utilise la formule de l'inverse : $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$

$$g'(x) = \frac{(4x)(4-x^2) - (-2x)(2x^2-5)}{(4-x^2)^2} = \frac{(2x)(8-2x^2+2x^2-5)}{(4-x^2)^2} = \frac{6x}{(4-x^2)^2}$$

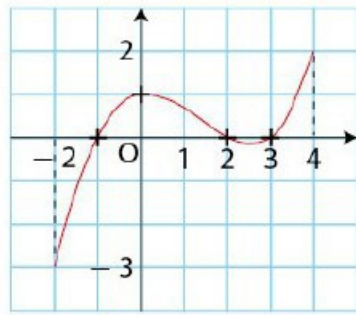
on utilise la formule du produit : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$

--> cf ex corrigé n°12 p 99

Comment lire le sens de variations avec la dérivée ?

Soit f' la dérivée représentée ci-contre
on lit le signe de f' :

- f' est négative sur $[-2; -1]$ et sur $[2; 3]$
- f' est positive sur $[-1; 2]$ et sur $[3; 4]$



on déduit les variations de f :

- f est décroissante sur $[-2; -1]$ et sur $[2; 3]$
- f est croissante sur $[-1; 2]$ et sur $[3; 4]$

--> cf ex corrigé n°3 p 121

Comment étudier le signe de la dérivée et en déduire les variations de f ?

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ avec $x \in [-2; 7]$

on calcule la dérivée : $f'(x) = 3x^2 - 12x$

on factorise la dérivée : $f'(x) = (3x)(x-4)$

on calcule les racines de f' :

$$f'(x) = 0 \text{ donne } (3x)(x-4) = 0$$

donc $3x = 0$ ou $x - 4 = 0$ donc $x = 0$ ou $x = 4$

on étudie le signe de $f'(x)$ (éventuellement avec une calculatrice) et on dresse le tableau de variations (complet) de f :

x	-2	0	4	7			
signe de f'		+	0	-	0	+	
f			2		-30		51
					-30		

Vérifier ensuite ce tableau de variations sur le graphique C_f

--> cf ex corrigé n°4 p 121 & n°8 p 122

Comment déterminer les extrema locaux de f ?

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 4,5x^2 + 6x$, $x \in [-2; 4]$

on calcule la dérivée : $f'(x) = 3x^2 - 9x + 6$

on factorise la dérivée : $f'(x) = 3(x^2 - 3x + 2) = 3(x-1)(x-2)$

on calcule les racines de f' :

$$f'(x) = 0 \text{ donne } (x-1)(x-2) = 0 \text{ donc } x = 1 \text{ ou } x = 2$$

on étudie le signe de $f'(x)$ (éventuellement avec une calculatrice) et on dresse le tableau de variations (complet) de f :

x	-2	1	2	4					
signe de f'		+	0	-	0	+			
f			2,5		-38		2		16

On interprète le tableau de variations :

- la dérivée f' s'annule en $x = 1$ tout en passant de + à -
- la dérivée f' s'annule en $x = 2$ tout en passant de - à +

on conclut sur les extrema de f :

- la fonction f admet un maximum en $x = 1$ et $f(1) = 2,5$
- la fonction f admet un minimum local en $x = 2$ et $f(2) = 2$

on vérifie sur la courbe C_f (en annotant les tangentes horizontales)

